

ПРАВИТЕЛЬСТВО РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(СПбГУ)

Кафедра общей физики I
Направление «Физика»

Эффект электромагнитно-индуцированной
прозрачности в задачах квантовой оптики

Бакалаврская работа студента
_____ Романовского Михаила Сергеевича

Научный руководитель:
_____ д.ф.-м. н., проф. Голубева Т.Ю.

Рецензент:
_____ к.ф.-м. н., доц. Трифанов А.И.

Санкт-Петербург
2018 г.

Содержание

1. Введение	3
2. Постановка и рассмотрение задачи	5
3. Моделирование для одиночного атома	10
4. Заключение	18
Список литературы	18

1 Введение

В данной работе изучается эффект электромагнитно-индуцированной прозрачности (ЭИП), который может быть реализован на трёх комбинациях атомных уровней и соответствующих переходов между ними: Λ , V и Θ схемы (Рис. 1). Θ -схему также называют каскадной схемой. В ходе работы будет получена система дифференциальных уравнений для матричных элементов оператора плотности, путём численного моделирования проведено сравнение времён выхода в режим ЭИП для каждой из трёх схем. Всё это будет сделано для одиночного атома. Целью работы является сравнение времени выхода схем в режим ЭИП.

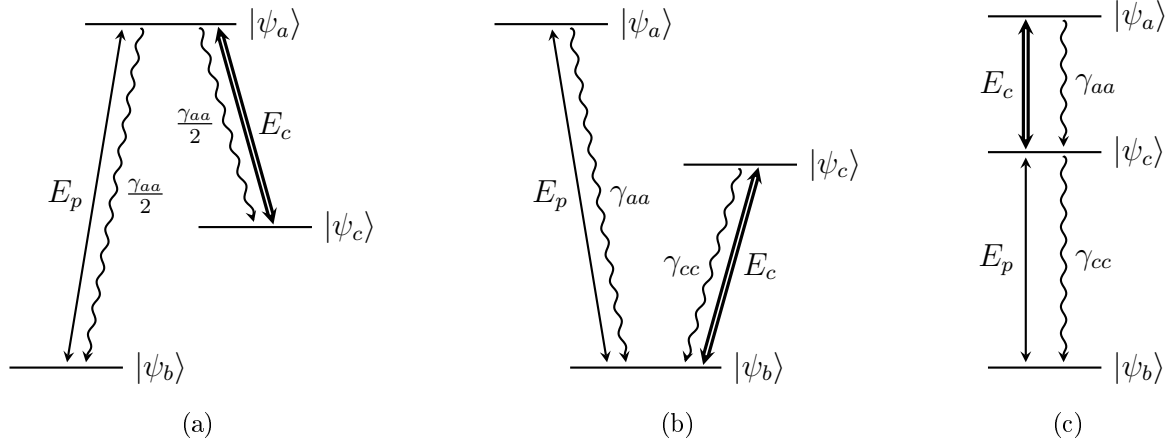


Рис. 1: Схемы атомных переходов: (а) – Λ -схема; (б) – V -схема; (с) – Θ -схема.

Здесь E_p – пробное поле, E_c – связывающее поле, γ_{aa} , γ_{cc} – скорости распада для соответствующих состояний.

В случае трёхуровневой схемы с одним дипольно запрещённым переходом ЭИП реализуется следующим образом: на атом или ансамбль атомов действуют двумя когерентными световыми полями такими, что одно поле сильное (его называют связывающим полем), другое поле слабое (его называют пробным полем). Поля имеют частоты, резонансные частотам атомных переходов. Пробное поле действует на переход с нижнего энергетического уровня $|\psi_b\rangle$ на верхний $|\psi_a\rangle$ (или $|\psi_c\rangle$ в наших обозначениях в случае Θ -схемы), связывающее поле действует на переход с уровня $|\psi_a\rangle$ на уровень $|\psi_c\rangle$ (для Θ -схемы, соответственно, с $|\psi_c\rangle$ на $|\psi_a\rangle$). После некоторого времени, определяющегося свойствами системы и силами полей, пробное поле, которое в обычных условиях сильно поглощается средой, проходит через среду практически без потерь. Реализацию ЭИП впервые предложили О. Кочаровская и Я. Ханнин в 1986 году [1]. Экспериментально эффект впервые продемонстрировали К. Боллер, А. Имамоглу и С. Харрис в 1991 году [2].

В режиме ЭИП наблюдается интересное свойство — низкая групповая скорость света. Экспериментально в ансамблях атомарных газов это наблюдалось как для сверхнизких температур (измерения проводились при температурах от 50 нК до 2,5 мК) [3], так и для температур, превышающих комнатную (70 – 90°C) [4]. В 1999 году группа Хау получила рекордно низкую групповую скорость (17 м/с) для света, распространяющегося в парах натрия, а группа Филлипса получила групповую скорость порядка 1 км/с в парах рубидия и добилась так называемой "остановки" света. Для этого они выключали связывающее поле в момент, когда импульс пробного поля полностью попадал в кювету с газом. Часть импульса за время выключения связывающего поля успевала покинуть среду. Затем авторы в нескольких экспериментах через разные промежутки времени τ , равные 50 мс, 100 мс и 200 мс, снова включали связывающее поле и на выходе регистрировали "хвост" импульса пробного поля, пусть и с некоторыми потерями. Таким образом, информация об импульсе пробного поля записывалась в состояние среды, хранилась там некоторое время τ и могла быть по прошествии этого времени считана. Применение этого явления - квантовая память [5].

В более широком смысле ЭИП входит в группу задач квантовой оптики, связанных с атомной когерентностью и интерференцией, таких как когерентное пленение населённостей и лазерная генерация без инверсии [6]. Дадим их краткое описание и связь с ЭИП.

Когерентное пленение населённостей — эффект, возникающий в трёхуровневых схемах при действии на неё двух когерентных полей - сильного, которое называется связывающим, и слабого, которое называется пробным. Суть этого эффекта в том, что вероятность обнаружить атом в верхнем состоянии (верхнем для перехода, на который действует пробное поле) близка к нулю [7]. Это также будет показано и в этой работе, так как когерентное пленение населённостей является основой ЭИП. Главное же различие между ЭИП и когерентным пленением населённостей заключается в том, что для реализации ЭИП квантовое состояние атомов необязательно каким-либо образом "готовить а когерентное пленение населённостей возникает только в специальном образом приготовленных системах. В общем случае, говорят, что существует когерентное пленение населённостей, если оператор плотности для атомных состояний имеет отличные от нуля недиагональные элементы [6]. Этот эффект был открыт экспериментально [8].

Лазерная генерация без инверсии - следствие из эффекта когерентного пленения населённостей. Например, рассмотрим ансамбль атомов, имеющих Λ -конфигурацию (см. Рис. 1(a)). Если привести такую среду в состояние когерентного пленения населённостей между нижними состояниями $|\psi_b\rangle$ и $|\psi_c\rangle$, затем каким-либо образом (например, с помощью традиционной некогерентной оптической накачки) привести систему в состояние с даже очень малой заселённостью верхнего уровня, и после этого пустить сквозь среду короткий импульс со спектром, ширина которого перекрывает ширину расщепления нижних уровней, то такой импульс когерентно усилится. Это и есть лазерная генерация без инверсии населённостей [9].

Сама ЭИП довольно хорошо исследована экспериментально. Были проведены эксперименты по наблюдению ЭИП в газах щелочных металлов, например, в рубидии [10, 11], цезии [12], литии [13], в кристаллах [14] и других структурах [15].

2 Постановка и рассмотрение задачи

Перейдём к физической постановке задачи. Мы будем использовать полуклассический подход, то есть атомы будем описывать квантовомеханически, а световые поля - классическим образом. Световое поле будем представлять в виде суммы двух классических монохроматических волн, каждая из которых резонансно взаимодействует с одним из разрешённых атомных переходов. Так как размеры излучающих систем (радиус атома щелочного металла) много меньше, чем расстояния, на которых рассматривается поле (длина волны, характерная для оптического спектра), мы будем использовать дипольное приближение [16]. В дипольном приближении носители положительного и отрицательного зарядов считаются точечными. Действием на нерезонансный переход можно пренебречь в силу приближения вращающейся волны.

Рассмотрим задачу для одного атома и получим уравнения движения на элементы матрицы плотности. Гамильтониан для одиночного атома в поле записывается следующим образом:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}, \quad (1)$$

где \hat{H}_0 — свободный гамильтониан, \hat{V} — гамильтониан взаимодействия. Свободный гамильтониан — общий для любой трёхуровневой схемы:

$$\hat{H}_0 = \hbar\omega_a |\psi_a\rangle \langle \psi_a| + \hbar\omega_b |\psi_b\rangle \langle \psi_b| + \hbar\omega_c |\psi_c\rangle \langle \psi_c|, \quad (2)$$

здесь $|\psi_a\rangle, |\psi_b\rangle, |\psi_c\rangle$ - базисные состояния атома.

Гамильтониан взаимодействия для каждой из схем свой. Так как рассматриваемые схемы — это трёхуровневые системы с одним дипольно запрещённым переходом (Рис. 1), мы можем сначала записать гамильтониан взаимодействия для схемы со всеми разрешёнными переходами, а потом исключить запрещённые. Запрещённые переходы будем исключать, полагая, что дипольный момент запрещённого перехода равен нулю. При записи конечного результата учтём, что общее поле состоит из суммы двух полей, каждое из которых резонансно взаимодействует только с одним переходом. Гамильтониан взаимодействия в дипольном приближении записывается следующим образом:

$$\hat{V} = -\hat{\mathbf{d}}\mathbf{E}, \quad (3)$$

где $\hat{\mathbf{d}}$ - оператор дипольного момента, \mathbf{E} - световое поле.

Получим выражение для оператора \hat{V} как сумму матричных элементов этого оператора. Для этого подействуем слева и справа единичным оператором $\hat{I} = \sum_k |\psi_k\rangle \langle \psi_k|$, где k принимает значения a, b, c .

$$\hat{V} = \hat{I}\hat{V}\hat{I} = \left(\sum_k |\psi_k\rangle \langle \psi_k| \right) \hat{V} \left(\sum_k |\psi_k\rangle \langle \psi_k| \right). \quad (4)$$

Раскрывая скобки и подставляя (3), получим:

$$\begin{aligned} \hat{V} = & - (\mathbf{d}_{ab} |\psi_a\rangle \langle \psi_b| + \mathbf{d}_{ac} |\psi_a\rangle \langle \psi_c| + \mathbf{d}_{ba} |\psi_b\rangle \langle \psi_a| + \mathbf{d}_{bc} |\psi_b\rangle \langle \psi_c| + \mathbf{d}_{ca} |\psi_c\rangle \langle \psi_a| + \\ & + \mathbf{d}_{cb} |\psi_c\rangle \langle \psi_b|) \mathbf{E}. \end{aligned} \quad (5)$$

Вспомним, что поле \mathbf{E} представляется в виде суммы двух монохроматических волн \mathbf{E}_p и \mathbf{E}_c . \mathbf{E}_p будем называть пробным полем, \mathbf{E}_c — связывающим полем. Нас интересует поле \mathbf{E}_p , так как в обычном состоянии среда из атомов, резонансно поглощающих это поле, является для него непрозрачной. Запишем выражения для гамильтониана взаимодействия \hat{V} для каждой из схем.

Λ-схема:

$$\hat{V} = - (\mathbf{d}_{ab} |\psi_a\rangle \langle \psi_b| + \mathbf{d}_{ba} |\psi_b\rangle \langle \psi_a|) \mathbf{E}_p - (\mathbf{d}_{ac} |\psi_a\rangle \langle \psi_c| + \mathbf{d}_{ca} |\psi_c\rangle \langle \psi_a|) \mathbf{E}_c, \quad (6)$$

V-схема:

$$\hat{V} = -(\mathbf{d}_{ab} |\psi_a\rangle \langle \psi_b| + \mathbf{d}_{ba} |\psi_b\rangle \langle \psi_a|) \mathbf{E}_p - (\mathbf{d}_{bc} |\psi_b\rangle \langle \psi_c| + \mathbf{d}_{cb} |\psi_c\rangle \langle \psi_b|) \mathbf{E}_c, \quad (7)$$

θ -схема:

$$\hat{V} = -(\mathbf{d}_{bc} |\psi_b\rangle \langle \psi_c| + \mathbf{d}_{cb} |\psi_c\rangle \langle \psi_b|) \mathbf{E}_p - (\mathbf{d}_{ac} |\psi_a\rangle \langle \psi_c| + \mathbf{d}_{ca} |\psi_c\rangle \langle \psi_a|) \mathbf{E}_c. \quad (8)$$

Запишем теперь уравнение движения на элементы матрицы плотности, в которые включим релаксационные процессы.

$$\frac{\partial}{\partial t} \hat{\rho} = \frac{1}{i\hbar} [\hat{H}, \hat{\rho}] - \frac{1}{2} \{ \hat{\Gamma}, \hat{\rho} \}, \quad (9)$$

где

$$\langle n | \hat{\Gamma} | m \rangle = \gamma_{nm} \delta_{nm}. \quad (10)$$

Здесь γ_{nm} — скорость распада состояния ρ_{nm} .

Получим уравнения на элементы матрицы плотности ρ_{ij} :

$$\dot{\rho}_{ij} = \left\langle \psi_i \left| \frac{1}{i\hbar} [\hat{H}, \hat{\rho}] - \frac{1}{2} \{ \hat{\Gamma}, \hat{\rho} \} \right| \psi_j \right\rangle \quad (11)$$

$$\dot{\rho}_{ij} = \left\langle \psi_i \left| \frac{1}{i\hbar} (\hat{H} \hat{\rho} - \hat{\rho} \hat{H}) \right| \psi_j \right\rangle - \left\langle \psi_i \left| \frac{1}{2} (\hat{\Gamma} \hat{\rho} + \hat{\rho} \hat{\Gamma}) \right| \psi_j \right\rangle \quad (12)$$

$$\dot{\rho}_{ij} = \frac{1}{i\hbar} \left\langle \psi_i \left| \hat{H} \hat{\rho} \right| \psi_j \right\rangle - \frac{1}{i\hbar} \left\langle \psi_i \left| \hat{\rho} \hat{H} \right| \psi_j \right\rangle - \frac{1}{2} \left\langle \psi_i \left| \hat{\Gamma} \hat{\rho} \right| \psi_j \right\rangle - \frac{1}{2} \left\langle \psi_i \left| \hat{\rho} \hat{\Gamma} \right| \psi_j \right\rangle. \quad (13)$$

Здесь i, j принимают значения, соответствующие индексам базисных состояний. Так как мы работаем с конкретной системой, будем считать, что i, j принимают значения a, b, c .

Рассмотрим элемент $\langle \psi_i | \hat{H} \hat{\rho} | \psi_j \rangle$:

$$\begin{aligned} \langle \psi_i | \hat{H} \hat{\rho} | \psi_j \rangle &= \langle \psi_i | \hat{H} \hat{I} \hat{\rho} | \psi_j \rangle = \langle \psi_i | \hat{H} \left(\sum_k |\psi_k\rangle \langle \psi_k| \right) \hat{\rho} | \psi_j \rangle = \\ &= \sum_k \langle \psi_i | \hat{H} | \psi_k \rangle \langle \psi_k | \hat{\rho} | \psi_j \rangle = \sum_k H_{ik} \rho_{kj}. \end{aligned} \quad (14)$$

Для $\langle \psi_i | \hat{\rho} \hat{H} | \psi_j \rangle$ аналогично получим:

$$\langle \psi_i | \hat{\rho} \hat{H} | \psi_j \rangle = \sum_k \rho_{ik} H_{kj}. \quad (15)$$

Теперь рассмотрим $\langle \psi_i | \hat{\Gamma} \hat{\rho} | \psi_j \rangle$:

$$\begin{aligned} \langle \psi_i | \hat{\Gamma} \hat{\rho} | \psi_j \rangle &= \langle \psi_i | \hat{\Gamma} \hat{I} \hat{\rho} | \psi_j \rangle = \langle \psi_i | \hat{\Gamma} \left(\sum_k |\psi_k\rangle \langle \psi_k| \right) \hat{\rho} | \psi_j \rangle = \\ &= \sum_k \langle \psi_i | \hat{\Gamma} | \psi_k \rangle \langle \psi_k | \hat{\rho} | \psi_j \rangle = \sum_k \Gamma_{ik} \rho_{kj} = \sum_k \gamma_{ik} \rho_{kj}. \end{aligned} \quad (16)$$

Для $\langle \psi_i | \hat{\rho} \hat{\Gamma} | \psi_j \rangle$ аналогично получим:

$$\langle \psi_i | \hat{\rho} \hat{\Gamma} | \psi_j \rangle = \sum_k \rho_{ik} \gamma_{kj}. \quad (17)$$

Для упрощения дальнейших записей сразу введём следующие соотношения:

$$\begin{cases} \gamma_{ij} = \gamma_{ij}, i = j \\ \gamma_{ij} = \frac{\gamma_{ii} + \gamma_{jj}}{2}, i \neq j \end{cases} \quad (18)$$

Итого получаем:

$$\dot{\rho}_{ij} = \sum_k \frac{1}{i\hbar} (H_{ik}\rho_{kj} - \rho_{ik}H_{kj}) - \gamma_{ij}\rho_{ij}. \quad (19)$$

При записи уравнений для схем мы учтём закон сохранения энергии. Для элементов матрицы плотности, отвечающих населённостям энергетических уровней, куда спонтанно релаксируют атомы, запишем соответствующие добавки.

Из (19) получим систему уравнений на матричные элементы оператора плотности для Λ -схемы. С учётом $\gamma_{bb} = \gamma_{cc} = 0$ запишем:

$$\begin{cases} \dot{\rho}_{aa} = \frac{i}{\hbar}(\mathbf{d}_{ab}\rho_{ba} - \mathbf{d}_{ba}\rho_{ab})\mathbf{E}_p(t) + (\mathbf{d}_{ac}\rho_{ca} - \mathbf{d}_{ca}\rho_{ac})\mathbf{E}_c(t) - \gamma_{aa}\rho_{aa} \\ \dot{\rho}_{bb} = \frac{i}{\hbar}(\mathbf{d}_{ba}\rho_{ab} - \mathbf{d}_{ab}\rho_{ba})\mathbf{E}_p(t) + \frac{1}{2}\gamma_{aa}\rho_{aa} \\ \dot{\rho}_{cc} = \frac{i}{\hbar}(\mathbf{d}_{ca}\rho_{ac} - \mathbf{d}_{ac}\rho_{ca})\mathbf{E}_c(t) + \frac{1}{2}\gamma_{aa}\rho_{aa} \\ \dot{\rho}_{ab} = -(i\omega_{ab} + \frac{\gamma_{aa}}{2})\rho_{ab} - \frac{i\mathbf{d}_{ab}}{\hbar}(\rho_{aa} - \rho_{bb})\mathbf{E}_p(t) + \frac{i\mathbf{d}_{ac}}{\hbar}\rho_{cb}\mathbf{E}_c(t) \\ \dot{\rho}_{ac} = -(i\omega_{ac} + \frac{\gamma_{aa}}{2})\rho_{ac} - \frac{i\mathbf{d}_{ac}}{\hbar}(\rho_{aa} - \rho_{cc})\mathbf{E}_c(t) + \frac{i\mathbf{d}_{ab}}{\hbar}\rho_{bc}\mathbf{E}_p(t) \\ \dot{\rho}_{cb} = -(i\omega_{cb})\rho_{cb} - \frac{i\mathbf{d}_{ab}}{\hbar}\rho_{ca}\mathbf{E}_p(t) + \frac{i\mathbf{d}_{ca}}{\hbar}\rho_{ab}\mathbf{E}_c(t) \\ \dot{\rho}_{bc} = \dot{\rho}_{cb}^* \\ \dot{\rho}_{ba} = \dot{\rho}_{ab}^* \\ \dot{\rho}_{ca} = \dot{\rho}_{ac}^* \end{cases} \quad (20)$$

Используя факт, что $\mathbf{d}_{ij} = \mathbf{d}_{ji}$, переходя к медленно меняющимся амплитудам

$$\begin{aligned} \rho_{ab}(t) &= \tilde{\rho}_{ab}(t)e^{-i\omega_{ab}t}, \\ \rho_{ac}(t) &= \tilde{\rho}_{ac}(t)e^{-i\omega_{ac}t}, \\ \rho_{cb}(t) &= \tilde{\rho}_{cb}(t)e^{-i\omega_{cb}t}, \\ \mathbf{E}_p(t) &= \frac{1}{2} \left(\tilde{\mathbf{E}}_p(t)e^{-i\omega_{ab}t} + c.c. \right), \\ \mathbf{E}_c(t) &= \frac{1}{2} \left(\tilde{\mathbf{E}}_c(t)e^{-i\omega_{ac}t} + c.c. \right), \end{aligned}$$

где ω_{ab} , ω_{ac} и ω_{cb} - частоты соответствующих атомных переходов, считая медленные амплитуды полей $\tilde{\mathbf{E}}_c(t)$ и $\tilde{\mathbf{E}}_p(t)$ вещественными, переходя к обезразмеренному времени (через γ_{aa}^{-1}), вводя частоты Раби $\Omega_p(t) = \frac{|\mathbf{d}_{ab}\tilde{\mathbf{E}}_p(t)|}{2\hbar\gamma_{aa}}$ и $\Omega_c(t) = \frac{|\mathbf{d}_{ac}\tilde{\mathbf{E}}_c(t)|}{2\hbar\gamma_{aa}}$, в приближении вращающейся волны можно получить:

$$\begin{cases} \dot{\rho}_{aa} = i((\rho_{ab}^* - \rho_{ab})\Omega_p(t) + (\rho_{ac}^* - \rho_{ac})\Omega_c(t)) - \rho_{aa} \\ \dot{\rho}_{bb} = i(\rho_{ab} - \rho_{ab}^*)\Omega_p(t) + \frac{1}{2}\rho_{aa} \\ \dot{\rho}_{cc} = i(\rho_{ac} - \rho_{ac}^*)\Omega_c(t) + \frac{1}{2}\rho_{aa} \\ \dot{\rho}_{ab} = -\frac{1}{2}\rho_{ab} - i(\rho_{aa} - \rho_{bb})\Omega_p(t) + i\rho_{cb}\Omega_c(t) \\ \dot{\rho}_{ac} = -\frac{1}{2}\rho_{ac} - i(\rho_{aa} - \rho_{cc})\Omega_c(t) + i\rho_{cb}^*\Omega_p(t) \\ \dot{\rho}_{cb} = -i\rho_{ac}^*\Omega_p(t) + i\rho_{ab}\Omega_c(t) \end{cases} \quad (21)$$

Здесь и далее будем подразумевать, что введены переобозначения $\tilde{\rho}_{ab} = \rho_{ab}$, $\tilde{\rho}_{ac} = \rho_{ac}$, $\tilde{\rho}_{cb} = \rho_{cb}$, $\tilde{\mathbf{E}}_p(t) = \mathbf{E}_p(t)$, $\tilde{\mathbf{E}}_c(t) = \mathbf{E}_c(t)$.

Аналогичным образом получаются уравнения для V -схемы ($\gamma_{aa} = \gamma_{cc} \neq 0, \gamma_{bb} = 0$):

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\rho}_{aa} = i(\rho_{ab}^* - \rho_{ab})\Omega_p(t) - \rho_{aa} \\ \dot{\rho}_{bb} = i((\rho_{ab} - \rho_{ab}^*)\Omega_p(t) + (\rho_{cb} - \rho_{cb}^*)\Omega_c(t)) + \rho_{aa} + \rho_{cc} \\ \dot{\rho}_{cc} = i(\rho_{cb}^* - \rho_{cb})\Omega_c(t) - \rho_{cc} \\ \dot{\rho}_{ab} = -\frac{1}{2}\rho_{ab} - i(\rho_{aa} - \rho_{bb})\Omega_p(t) - i\rho_{ac}\Omega_c(t) \\ \dot{\rho}_{ac} = -\rho_{ac} + i\rho_{cb}^*\Omega_p(t) - i\rho_{ab}\Omega_c(t) \\ \dot{\rho}_{cb} = -\frac{1}{2}\rho_{cb} - i(\rho_{cc} - \rho_{bb})\Omega_c(t) - i\rho_{ac}^*\Omega_p(t) \end{array} \right. \quad (22)$$

И для Θ -схемы ($\gamma_{aa} = \gamma_{cc} \neq 0, \gamma_{bb} = 0$):

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\rho}_{aa} = i(\rho_{ac}^* - \rho_{ac})\Omega_c(t) - \rho_{aa} \\ \dot{\rho}_{bb} = i(\rho_{cb} - \rho_{cb}^*)\Omega_p(t) + \rho_{cc} \\ \dot{\rho}_{cc} = i((\rho_{ac} - \rho_{ac}^*)\Omega_c(t) + (\rho_{cb}^* - \rho_{cb})\Omega_p(t)) + \rho_{aa} - \rho_{cc} \\ \dot{\rho}_{ab} = -\frac{1}{2}\rho_{ab} + i\rho_{cb}\Omega_c(t) - i\rho_{ac}\Omega_p(t) \\ \dot{\rho}_{ac} = -\rho_{ac} + i(\rho_{cc} - \rho_{aa})\Omega_c(t) - i\rho_{ab}\Omega_p(t) \\ \dot{\rho}_{cb} = -\frac{1}{2}\rho_{cb} + i(\rho_{bb} - \rho_{cc})\Omega_p(t) - i\rho_{ab}\Omega_c(t) \end{array} \right. \quad (23)$$

В системе уравнений для Θ -схемы частоты Раби определяются иначе: $\Omega_p(t) = \frac{|\mathbf{d}_{cb}\mathbf{E}_p(t)|}{2\hbar\gamma_{aa}}$ и $\Omega_c(t) = \frac{|\mathbf{d}_{ac}\mathbf{E}_c(t)|}{2\hbar\gamma_{aa}}$.

Рассмотрим поля $\mathbf{E}_c(t), \mathbf{E}_p(t)$. Чтобы учесть влияние среды на поля, необходимо дополнить полученные уравнения выражениями для вторичных полей, индуцируемых поляризационными токами [17, 18]. Пренебрегая встречными волнами для $\mathbf{E}'_c, \mathbf{E}'_p, \mathbf{P}'_c, \mathbf{P}'_p$, запишем уравнения в случае Λ -схемы:

$$\mathbf{P}_c(t, z) = N_0 \mathbf{d}_{ca} \rho_{ac}(t, z) \quad (24)$$

$$\mathbf{E}'_c(t, z) = i \frac{k_{z,c}}{\varepsilon_0} \int_0^z P_c(t, z') dz' \quad (25)$$

$$\mathbf{E}'_p(t, z) = i \frac{k_{z,p}}{\varepsilon_0} \int_0^z P_p(t, z') dz', \quad (26)$$

здесь N_0 - концентрация атомов в области взаимодействия с полем, ε_0 - диэлектрическая проницаемость вакуума, $k_{z,p}$ и $k_{z,c}$ - волновые вектора пробного и связывающего полей соответственно.

Учитывая, что в рассматриваемой системе есть только один атом, и проводя обезразмеривание, запишем выражения для индуцированных полей.

$$\mathbf{E}'_c(t) = i \frac{N_0}{\varepsilon_0} \mathbf{d}_{ac} \rho_{ac}(t) \quad (27)$$

$$\mathbf{E}'_p(t) = i \frac{N_0}{\varepsilon_0} \mathbf{d}_{ab} \rho_{ab}(t) \quad (28)$$

Аналогично для V -схемы:

$$\mathbf{E}'_c(t) = i \frac{N_0}{\varepsilon_0} \mathbf{d}_{cb} \rho_{cb}(t) \quad (29)$$

$$\mathbf{E}'_p(t) = i \frac{N_0}{\varepsilon_0} \mathbf{d}_{ab} \rho_{ab}(t) \quad (30)$$

Для Θ -схемы:

$$\mathbf{E}'_c(t) = i \frac{N_0}{\varepsilon_0} \mathbf{d}_{ac} \rho_{ac}(t) \quad (31)$$

$$\mathbf{E}'_p(t) = i \frac{N_0}{\varepsilon_0} \mathbf{d}_{cb} \rho_{cb}(t) \quad (32)$$

После перехода к частотам Раби, полные выражения для полей для Λ схемы запишутся так:

$$\Omega_c(t) = \Omega_{c,in}(t) + ig_c\rho_{ac}(t) \quad (33)$$

$$\Omega_p(t) = \Omega_{p,in}(t) + ig_p\rho_{ab}(t) \quad (34)$$

$$g_c = \frac{2N_0d_{ac}^2}{\hbar\gamma_{aa}\varepsilon_0} \quad (35)$$

$$g_p = \frac{2N_0d_{ab}^2}{\hbar\gamma_{aa}\varepsilon_0} \quad (36)$$

Для V -схемы:

$$\Omega_c(t) = \Omega_{c,in}(t) + ig_c\rho_{cb}(t) \quad (37)$$

$$\Omega_p(t) = \Omega_{p,in}(t) + ig_p\rho_{ab}(t) \quad (38)$$

$$g_c = \frac{2N_0d_{cb}^2}{\hbar\gamma_{aa}\varepsilon_0} \quad (39)$$

$$g_p = \frac{2N_0d_{ab}^2}{\hbar\gamma_{aa}\varepsilon_0} \quad (40)$$

И для Θ -схемы:

$$\Omega_c(t) = \Omega_{c,in}(t) + ig_c\rho_{ac}(t) \quad (41)$$

$$\Omega_p(t) = \Omega_{p,in}(t) + ig_p\rho_{cb}(t) \quad (42)$$

$$g_c = \frac{2N_0d_{ac}^2}{\hbar\gamma_{aa}\varepsilon_0} \quad (43)$$

$$g_p = \frac{2N_0d_{cb}^2}{\hbar\gamma_{aa}\varepsilon_0} \quad (44)$$

Здесь $g_{c,p}$ - константы связи. Теперь мы можем перейти к численному моделированию.

3 Моделирование для одиночного атома

Используя результаты предыдущей главы, смоделируем поведение одиночного атома в поле пробной и связывающей волны. Моделирование проводилось в пакете Wolfram Mathematica. Были смоделированы системы с двумя разными полями $\Omega_p(t)$. В обоих случаях $\Omega_{c,free}(t) = 10$. Атом во всех случаях в начальный момент времени находился в состоянии $|\psi_b\rangle$. Константы связи $g_p = g_c = 1$.

Результаты моделирования для поля $\Omega_{p,free}(t) = 0.5$:

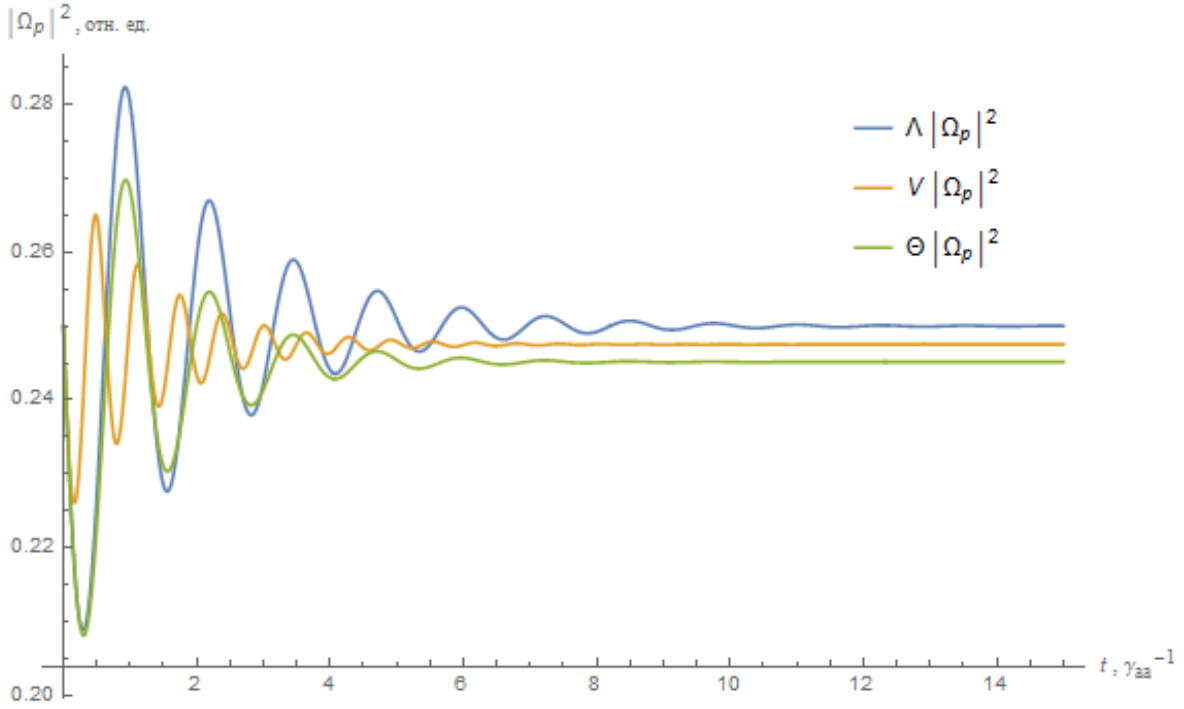


Рис. 2: Интенсивность пробного поля $\Omega_p(t)$ в зависимости от времени для трёх схем. $\Lambda|\Omega_p|^2$ - для Λ -схемы, $V|\Omega_p|^2$ - для V -схемы, $\Theta|\Omega_p|^2$ - для Θ -схемы.

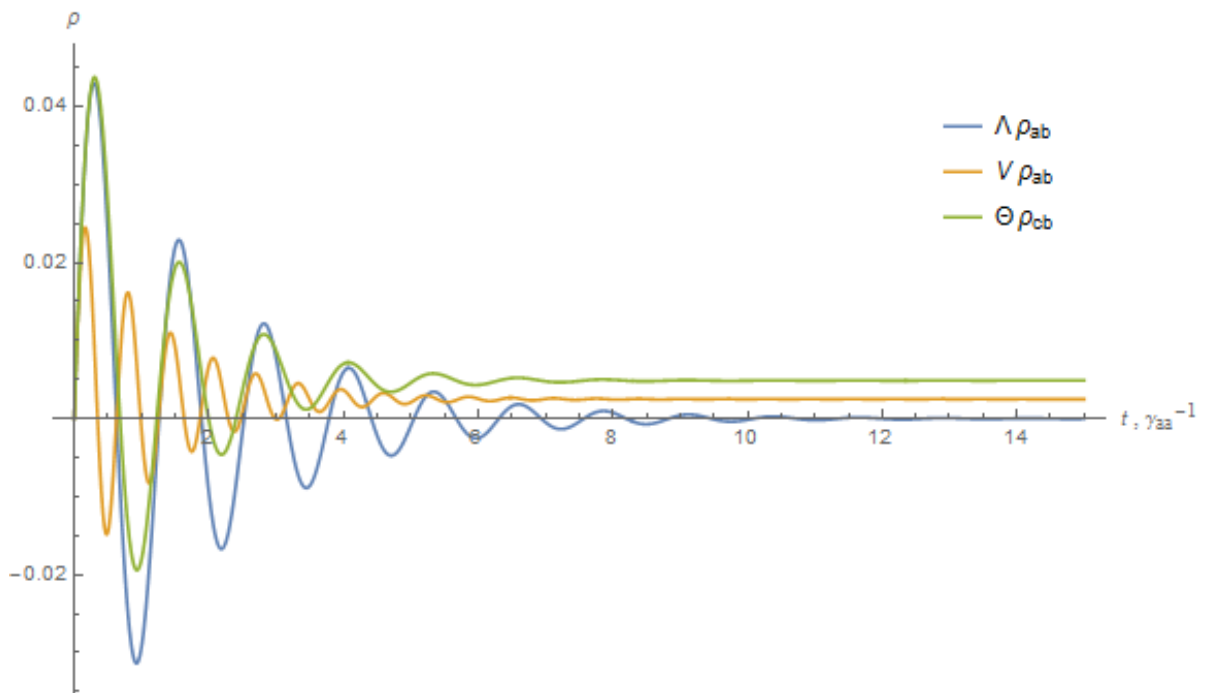


Рис. 3: Величина, показывающая поляризацию (поглощение) в пробном поле, в зависимости от времени для трёх схем. $\Lambda\rho_{ab}$ - для Λ -схемы, $V\rho_{ab}$ - для V -схемы, $\Theta\rho_{cb}$ - для Θ -схемы.

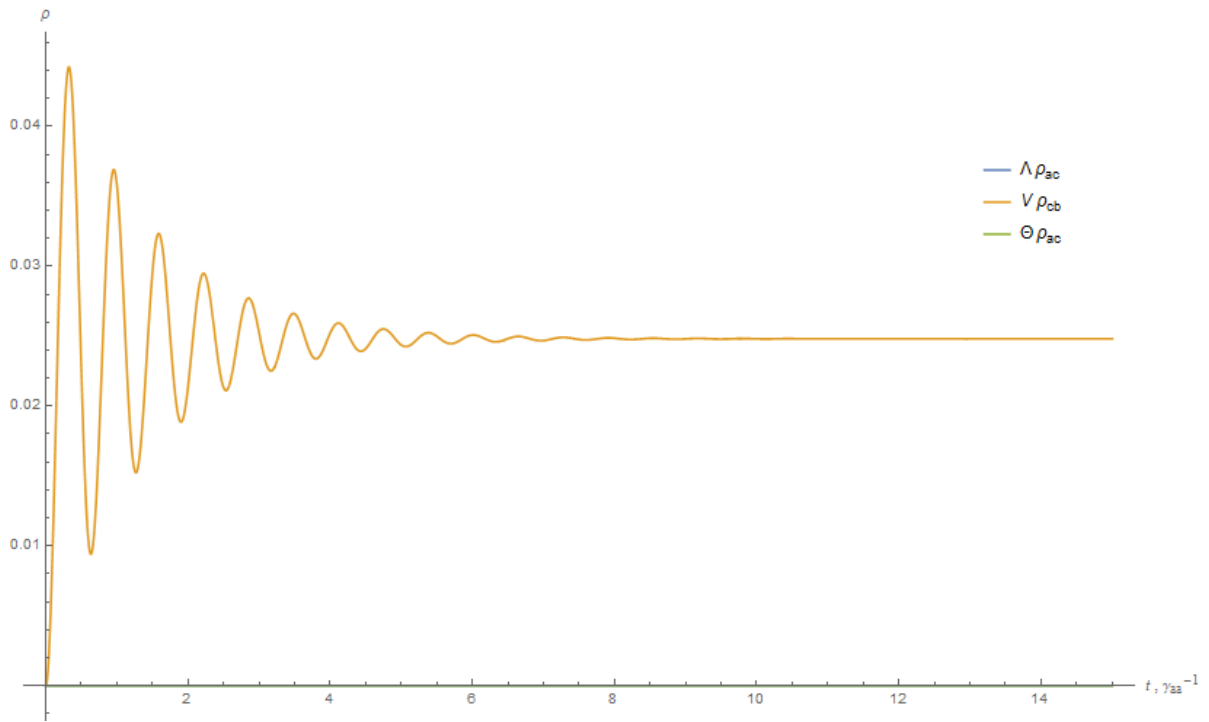


Рис. 4: Величина, показывающая поляризацию (поглощение) в управляющем поле, в зависимости от времени для трёх схем. $\Lambda\rho_{ab}$ - для Λ -схемы, $V\rho_{ab}$ - для V -схемы, $\Theta\rho_{cb}$ - для Θ -схемы.

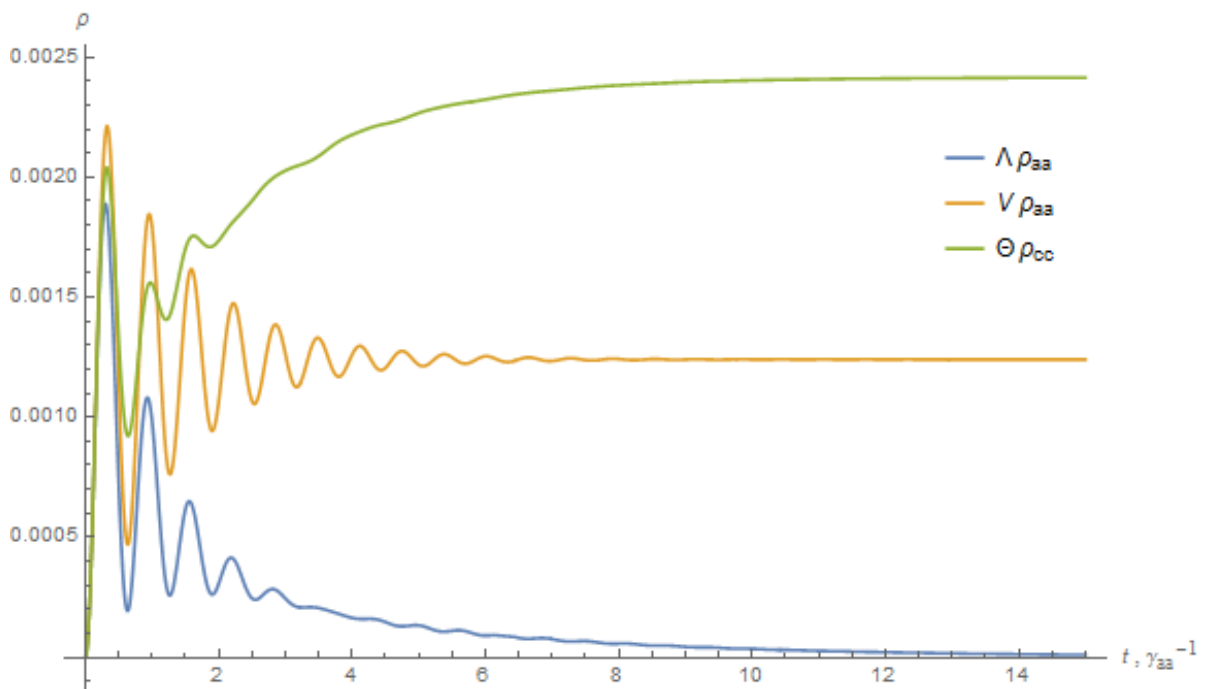


Рис. 5: Населённости верхних уровней (относительно перехода, на который действует пробное поле) в зависимости от времени для трёх схем. $\Lambda\rho_{aa}$ - для Λ -схемы, $V\rho_{aa}$ - для V -схемы, $\Theta\rho_{cc}$ - для Θ -схемы.

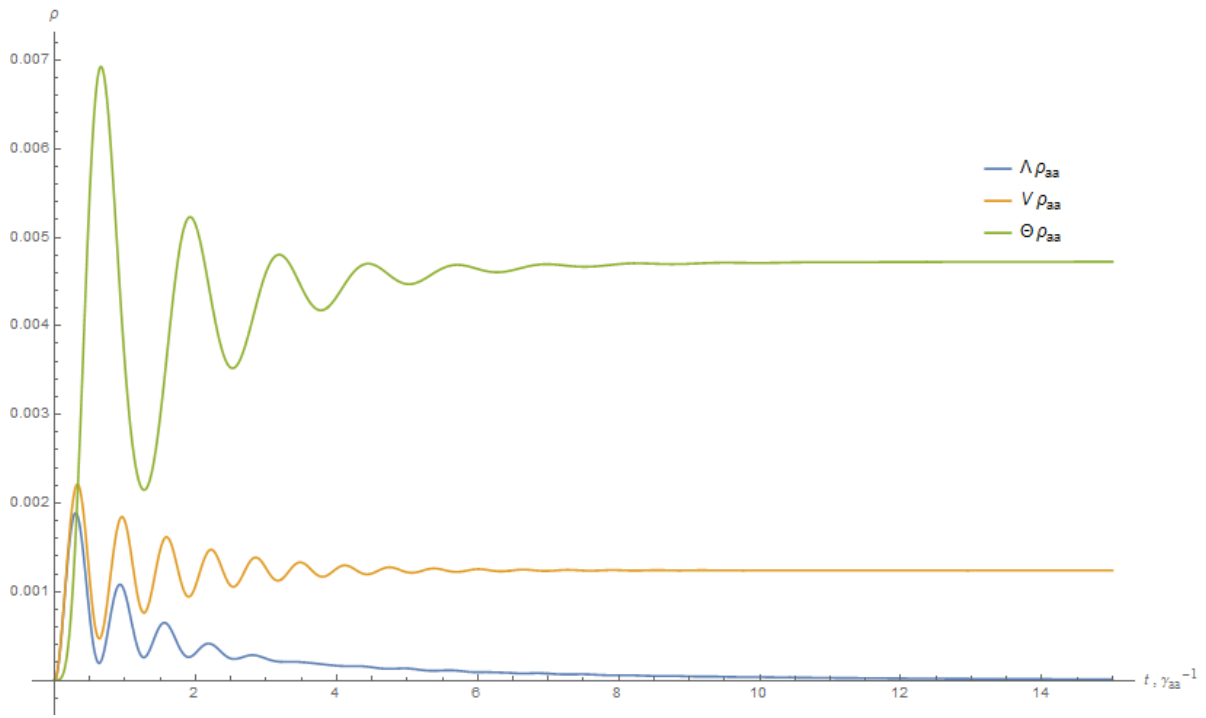


Рис. 6: Населённость энергетического уровня $|\psi_a\rangle$ для трёх схем.

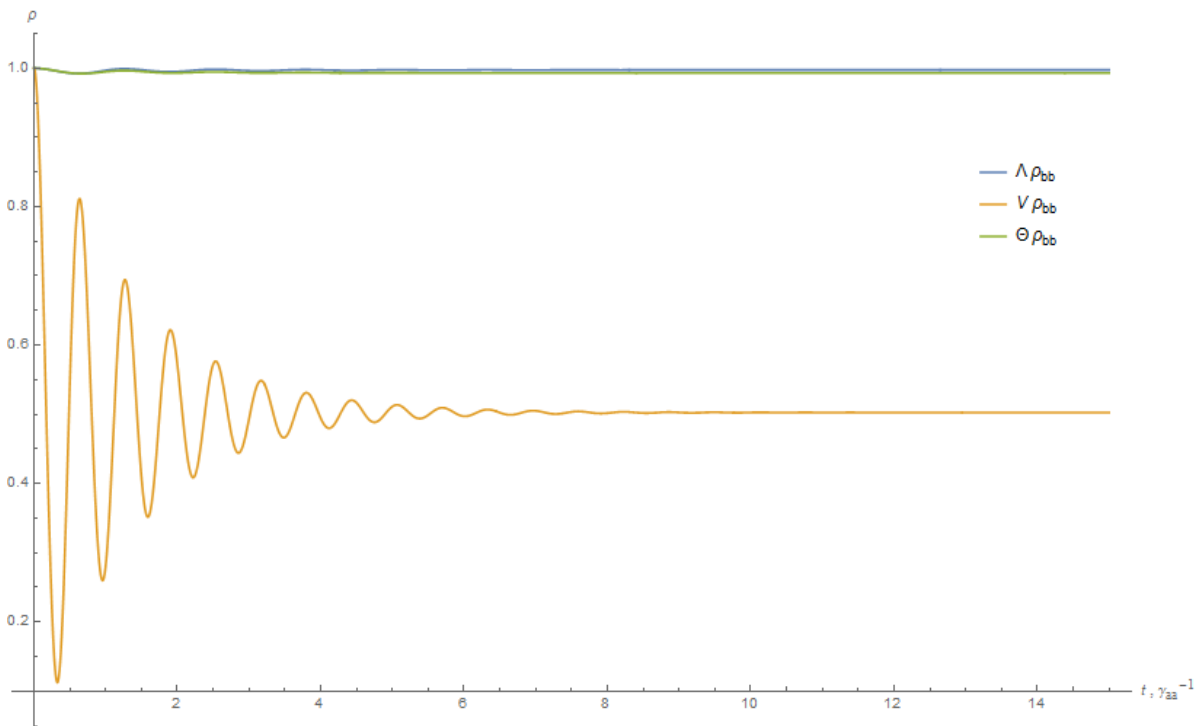


Рис. 7: Населённость энергетического уровня $|\psi_b\rangle$ для трёх схем.

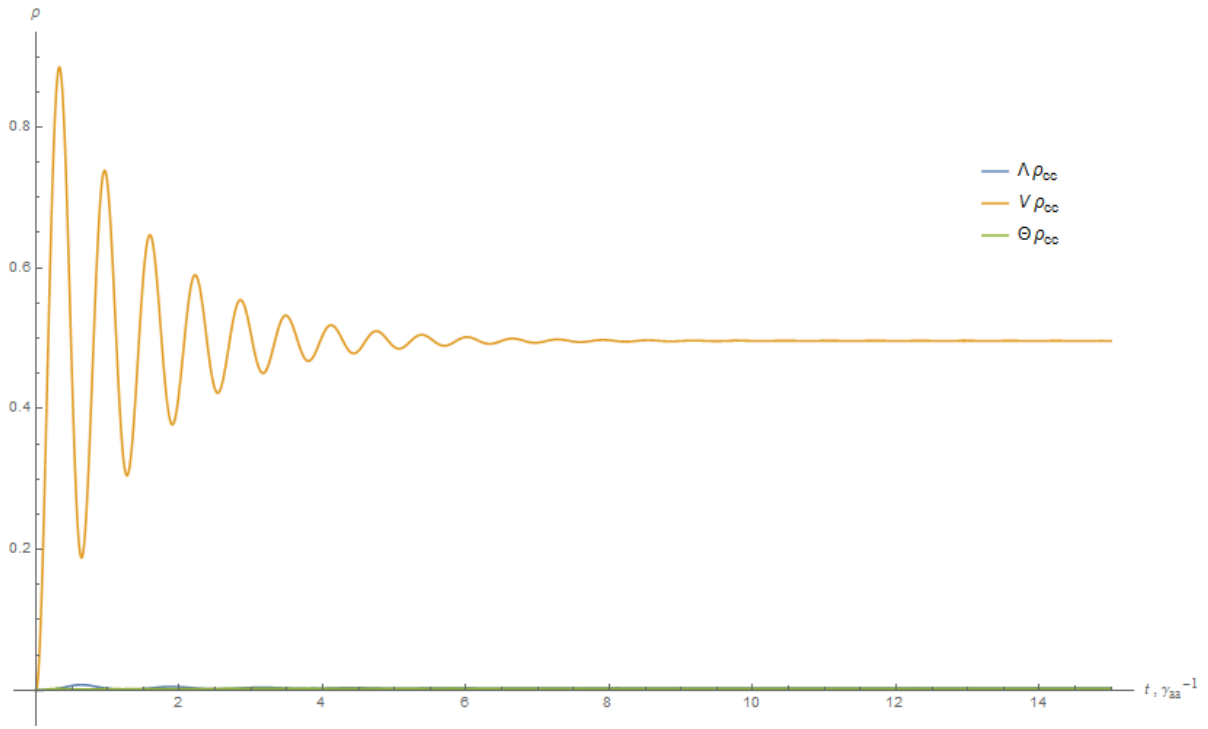


Рис. 8: Населённость энергетического уровня $|\psi_c\rangle$ для трёх схем.

Из полученных графиков легко можно видеть, что быстрее всего режим ЭИП устанавливается в атоме с V -конфигурацией переходов, медленнее всего - в атоме с Λ -конфигурацией (Рис. 3). В то же время, эффективность установившейся ЭИП (определяемая как величина поглощения) наиболее высока в атоме с Λ -конфигурацией. Коэффициент поглощения для управляющего поля для Λ - и Θ -схем практически ноль (Рис. 4). Населённость нижнего уровня $|\psi_b\rangle$ для Λ - и Θ -схем практически не уменьшается, для V -схемы - осциллирует и выходит на установившееся значение около 0.5 (Рис. 7).

Также был рассмотрен случай с постепенным включением пробного поля: $\Omega_{p,free}(t) = \frac{1}{\pi+2\arctg(-2)} \cdot (\arctg(t-2) - \arctg(-2))$.

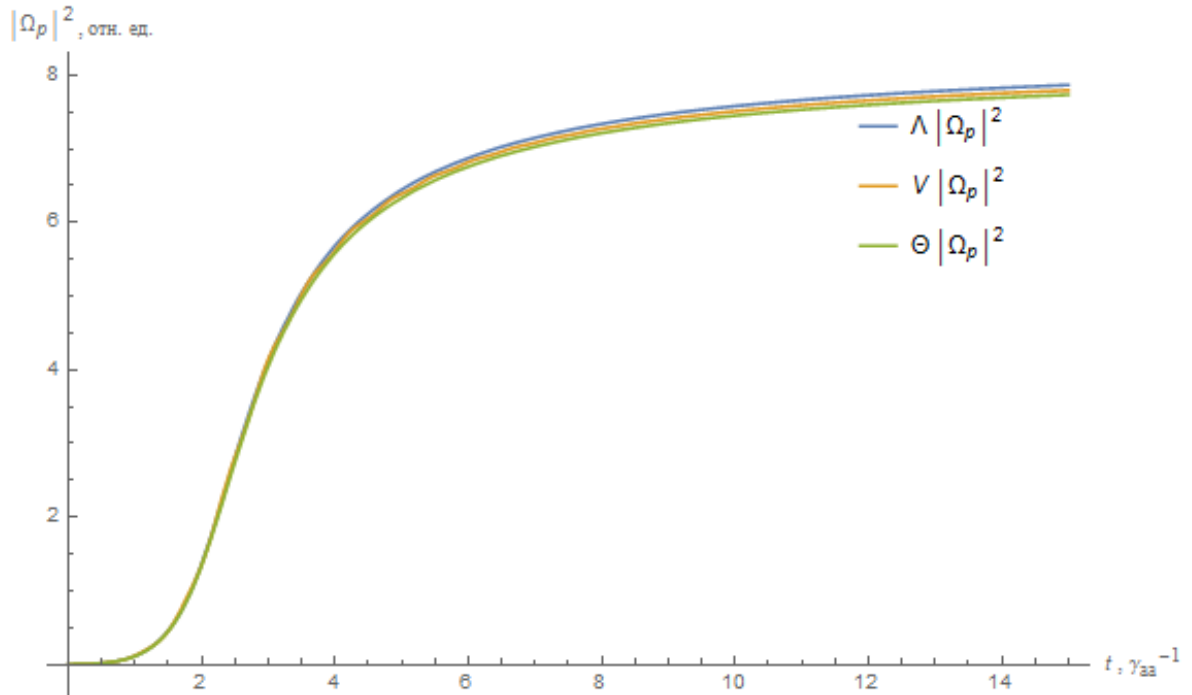


Рис. 9: Интенсивность пробного поля $\Omega_p(t)$ в зависимости от времени для трёх схем. $\Lambda|\Omega_p|^2$ - для Λ -схемы, $V|\Omega_p|^2$ - для V -схемы, $\Theta|\Omega_p|^2$ - для Θ -схемы.

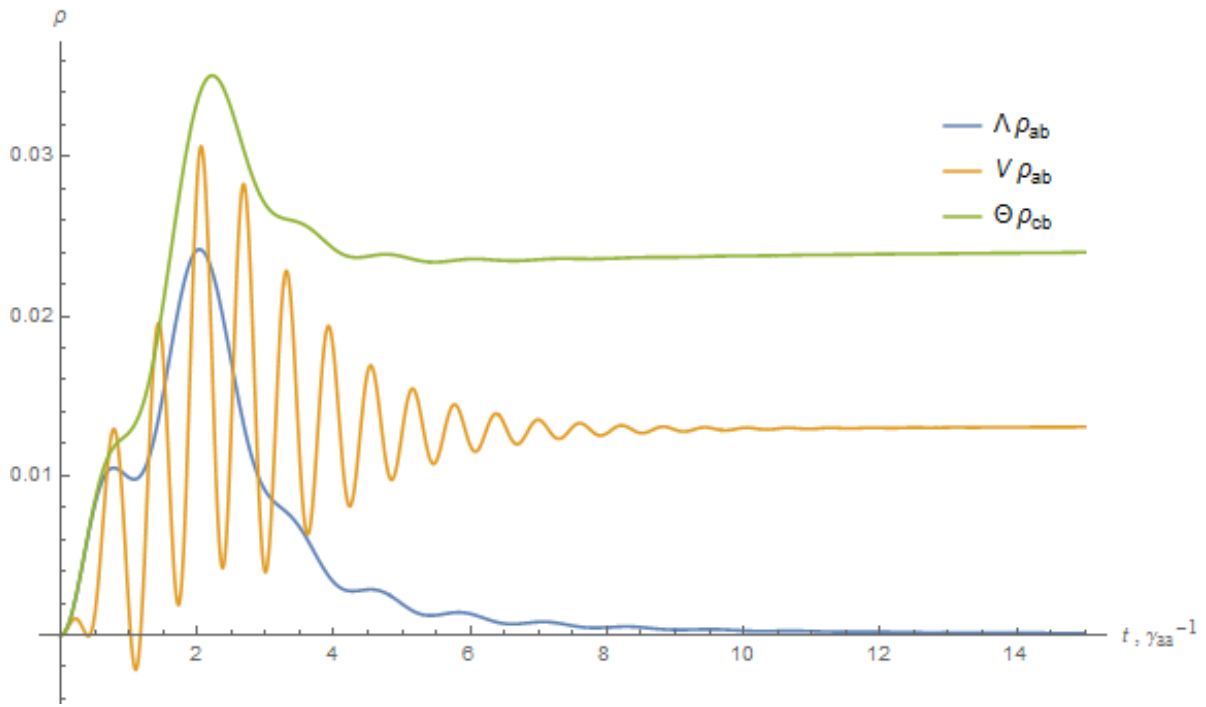


Рис. 10: Величина, показывающая поляризацию (поглощение) в пробном поле, в зависимости от времени для трёх схем. $\Lambda\rho_{ab}$ - для Λ -схемы, $V\rho_{ab}$ - для V -схемы, $\Theta\rho_{cb}$ - для Θ -схемы.

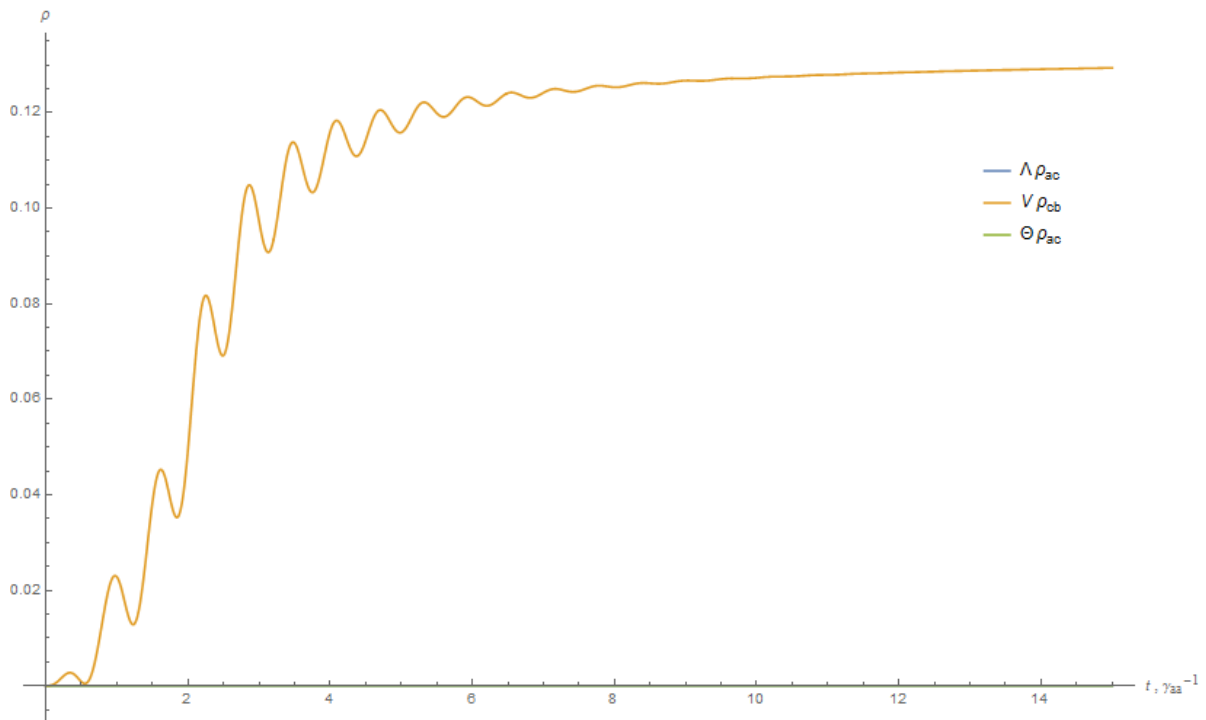


Рис. 11: Величина, показывающая поляризацию (поглощение) в управляющем поле, в зависимости от времени для трёх схем. $\Lambda\rho_{ab}$ - для Λ -схемы, $V\rho_{ab}$ - для V -схемы, $\Theta\rho_{cb}$ - для Θ -схемы.

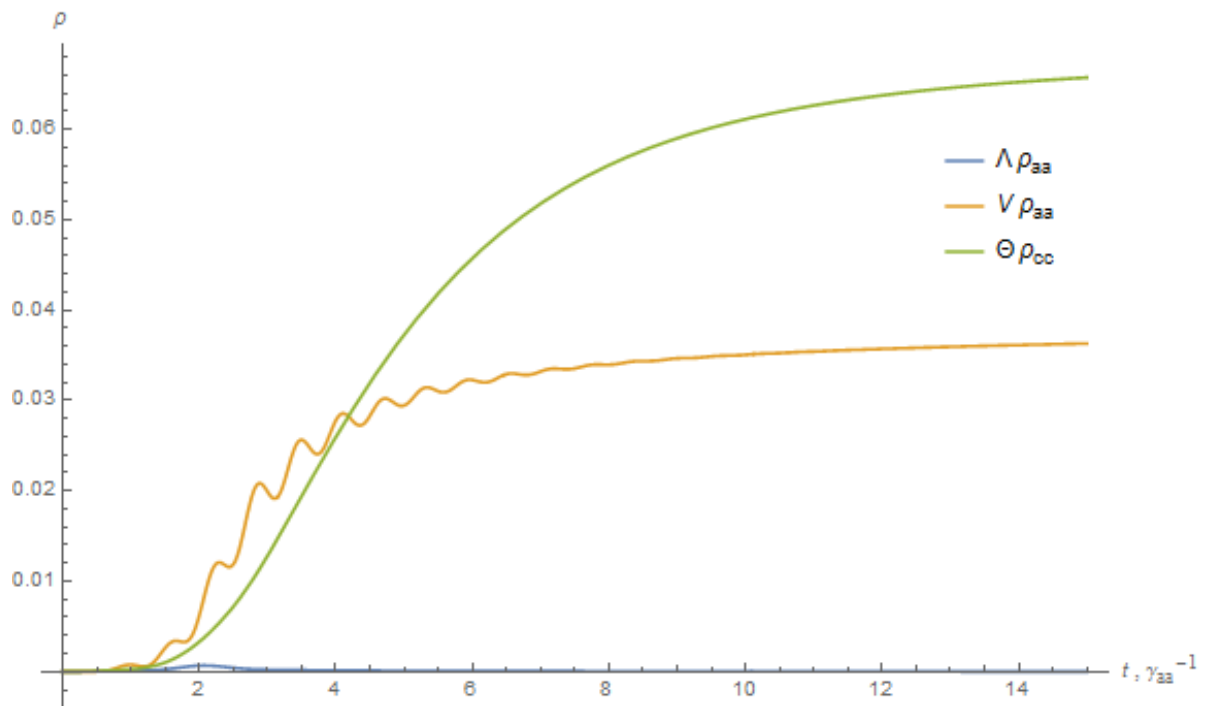


Рис. 12: Населённости верхних уровней (относительно перехода, на который действует пробное поле) в зависимости от времени для трёх схем. $\Lambda\rho_{aa}$ - для Λ -схемы, $V\rho_{aa}$ - для V -схемы, $\Theta\rho_{cc}$ - для Θ -схемы.

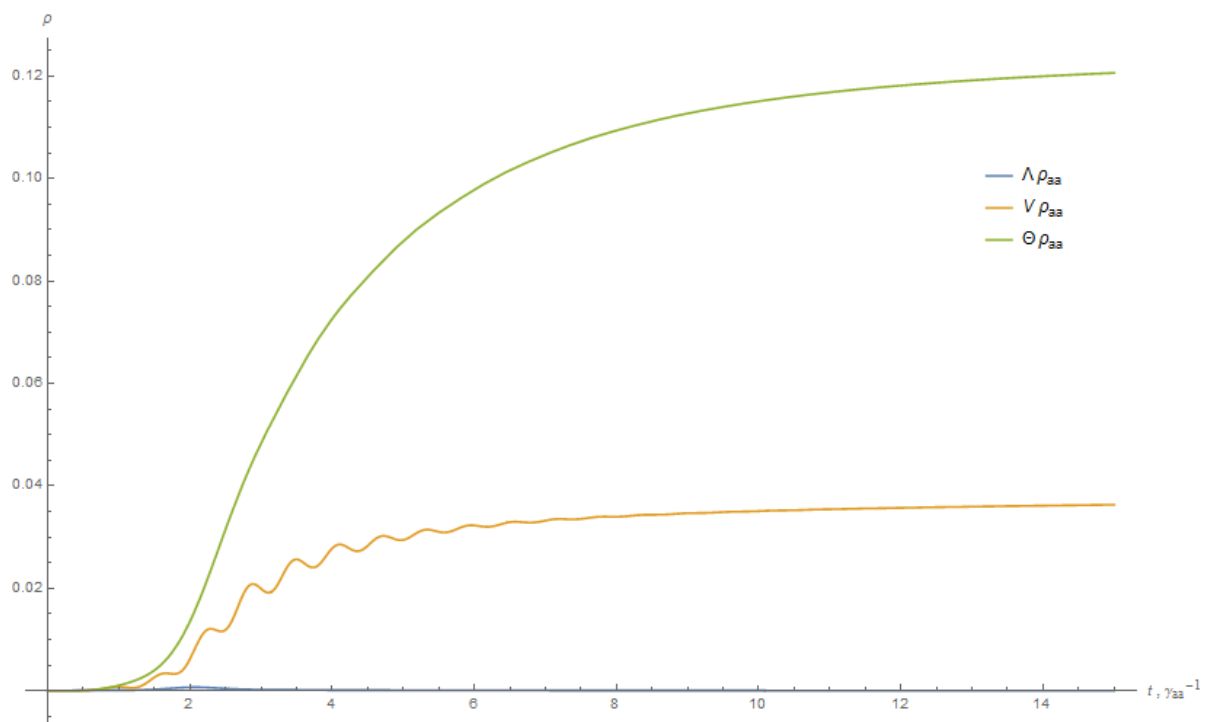


Рис. 13: Населённость энергетического уровня $|\psi_a\rangle$ для трёх схем.

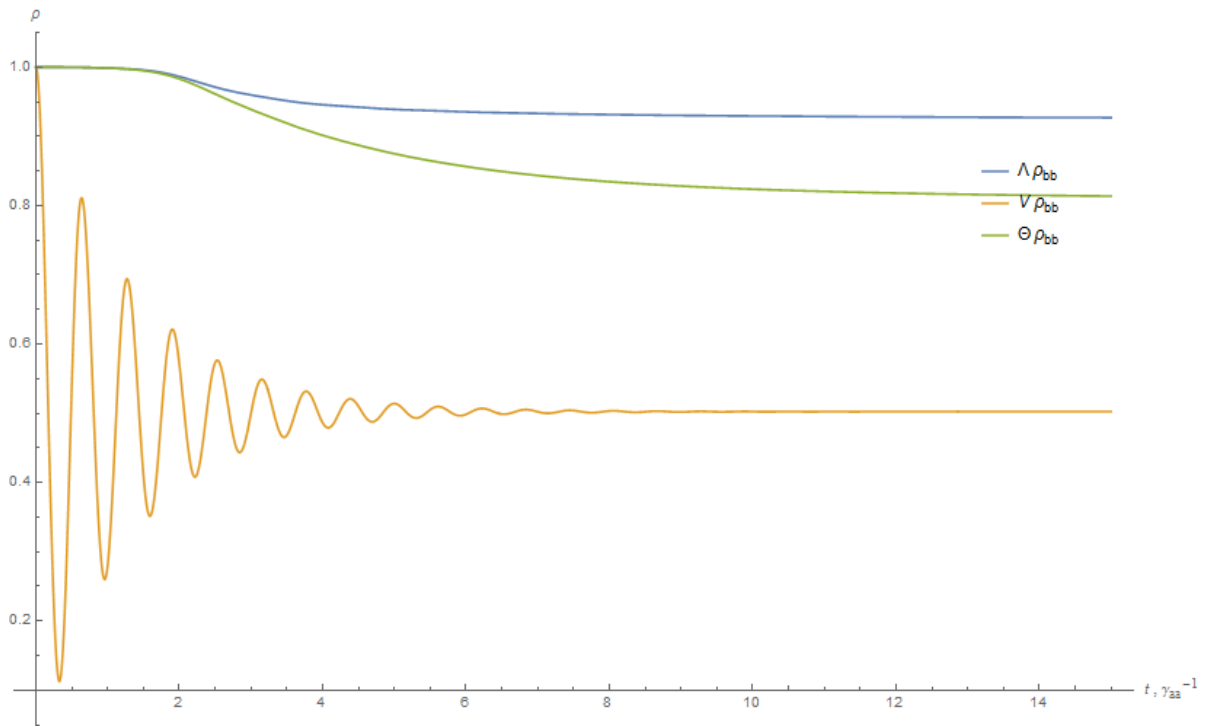


Рис. 14: Населённость энергетического уровня $|\psi_b\rangle$ для трёх схем.

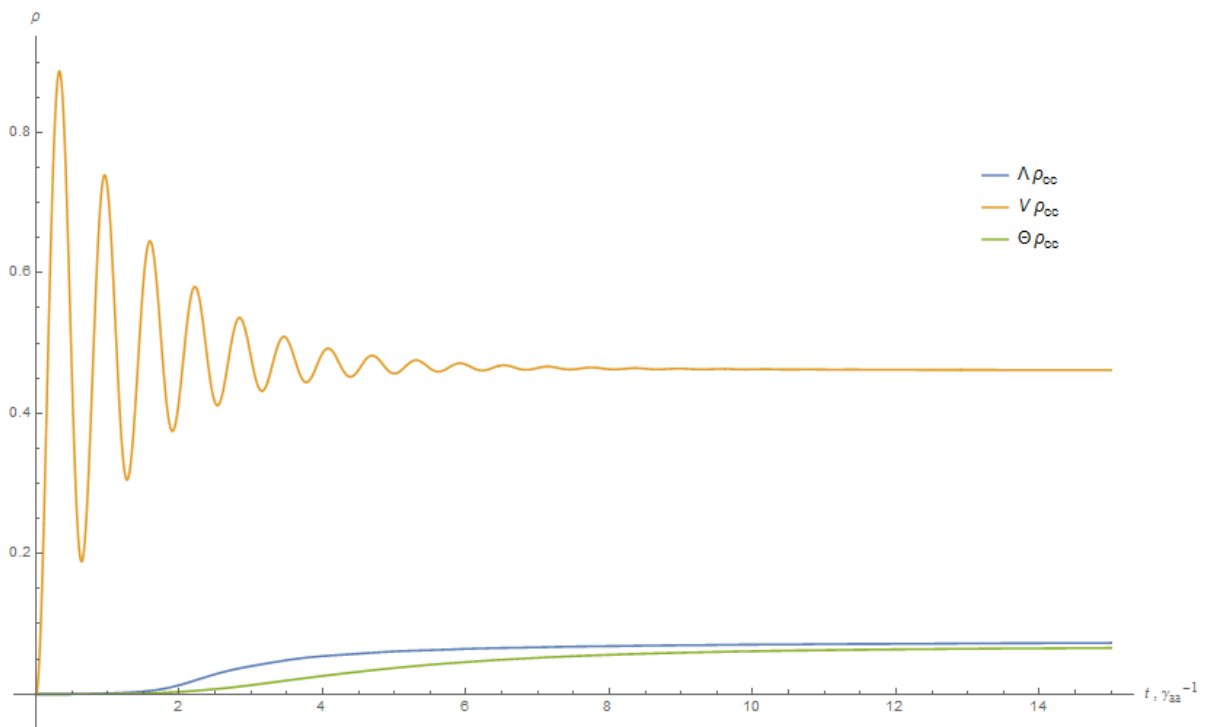


Рис. 15: Населённость энергетического уровня $|\psi_c\rangle$ для трёх схем.

Можно видеть, что при постепенном включении пробного поля наблюдается иной характер наступления ЭИП (Рис. 9 - Рис. 15). Если при ступенчатом включении поля коэффициент поглощения в Λ - и Θ -схемах совершает заметные колебания, то в случае медленного включения поля коэффициент поглощения меняется более равномерно (Рис. 10). Такой процесс называется адиабатическим слежением атома [6]. Для V -схемы ситуация обратная - колебания коэффициента поглощения имеют большую амплитуду и медленнее затухают. Коэффициент поглощения (Рис. 11) для управляющего поля для Λ - и Θ -схем, как и в прошлом случае, стремится к нулю. Населённость нижнего уровня $|\psi_b\rangle$ (Рис. 14) для Λ - и Θ -схем уменьшается намного заметнее. Из (Рис. 14) и (Рис. 15) можно видеть, что в установившемся режиме

заселены будут в основном энергетические уровни $|\psi_b\rangle$ и $|\psi_c\rangle$.

4 Заключение

В ходе работы были сопоставлены характеристики ЭИП для трёх возможных конфигураций атомов с тремя энергетическими уровнями - Λ , V и Θ . Численным моделированием показано, что ЭИП с точки зрения максимальной прозрачности выгоднее всего реализовывать на Λ -схеме. Также продемонстрировано, что на динамику наступления ЭИП влияет характер включения пробного поля. При ступенчатом включении пробного поля ЭИП быстрее всего наступает в V -схеме, а при постепенном включении - в Θ -схеме.

Я выражаю благодарность своему научному руководителю Татьяне Юрьевне Голубевой, а также Александру Сергеевичу Лосеву за неоценимый вклад в данную работу.

Список литературы

- [1] Kocharovskaya O.A., Khanin Ya. I.. Population trapping and coherent bleaching of a three-level medium by a periodic train of ultrashort pulses. *ЖЭТФ*, Vol. 63, No. 5, p. 945 (1986).
- [2] Boller K.-J., Imamoglu A., Harris S. E.. Observation of electromagnetically induced transparency. *Phys. Rev. Lett.* 66, 2593 (1991).
- [3] Hau L.V., Harris S.E., Dutton Z., Behroozi C.H. Light speed reduction to 17 metres per second in an ultracold atomic gas. *Nature*, v. 397, pp. 594–598 (1999).
- [4] Phillips D.F., Fleischhauer A., Mair A., Walsworth R.L., Lukin M.D. Storage of Light in Atomic Vapor. *Phys.Rev.Lett.*, v.86, 783 (2001).
- [5] Lvovsky A.I., Sanders B.C., Tittel W. Optical quantum memory. *Nature Photonics*, Vol. 3, pp. 706–714 (2009)
- [6] Скалли М.О., Зубайри М.С. Квантовая оптика. Пер. с англ. А.А. Калачёва, Т.Г. Митрофановой, В.В. Самарцева, Р.Н. Шахмуратова. Под ред. В.В. Самарцева. М.: Физматлит, 2003 г. - 510 с.
- [7] Агапьев Б.Д., Горный М. Б., Матисов Б.Г., Рождественский Ю.В. Когерентное пленение населённостей в квантовых системах. *УФН*, т. 163, №9 (1993).
- [8] Alzetta G., Gozzini, A., Moi, L. et al. *Nuov Cim B* (1976) 36: 5.
- [9] Кочаровская О.А., Ханин Я.И. Когерентное усиление ультракороткого импульса в трёхуровневой среде без инверсии населённостей. *Письма в ЖЭТФ*, т. 48, вып. 11, стр. 581-584 (1988).
- [10] Gea-Banacloche J., Li Y.Q., Jin S.Z., and Xiao M. Electromagnetically induced transparency in ladder-type inhomogeneously broadened media: Theory and experiment. *Phys. Rev. A* 51, 576 (1995).
- [11] Olson A.J., Mayer S.K. Electromagnetically induced transparency in rubidium. *American Journal of Physics* 77, 116 (2009).
- [12] Hockel D, Benson O. Electromagnetically induced transparency in cesium vapor with probe pulses on the single-photon level. *Phys. Rev. Lett.* 105, 153605 (2010).
- [13] Magnus F., Boatwright A.L., Flodin A., Shiell R.C. Optical pumping and electromagnetically induced transparency in a lithium vapour. *Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics*, Vol. 7, №4 (2005).

- [14] Akhmedzhanov A., Bondartsev A.A., Gushchin L.A., Zharova N.A., Petrosyan A.G. Electromagnetically Induced Transparency on Zeeman Sublevels in Nd 3^+ :LaF₃ Crystals. JETP Letters, Vol. 85, No. 8, pp. 389–392 (2007).
- [15] Tang B., Dai L., Jiang C. Electromagnetically induced transparency in hybrid plasmonic-dielectric system. Optics Express Vol. 19, Issue 2, pp. 628-637 (2011).
- [16] Гайнутдинов Р.Х., Калачев А.А., Мутыгуллина А.А., Хамадеев М.А., Салахов М.Х. Взаимодействие атомов с полем лазерного излучения и резонансная флуоресценция. Учебно-методическое пособие (2013).
- [17] Васильев Н.А., Трошин А.С. Экстремальное замедление световых импульсов в атомных ловушках: полуклассическая теория. ЖЭТФ. т.125 №6. С.1276-1282 (2004).
- [18] Benedict M.G., Ermolaev A.M., Malyshev V.A., Sokolov I.V., Trifonov E.D. Super-radiance: Multiatomic Coherent Emission (1996).