



Уменьшение ошибки телепортации с использованием кубического фазового затвора.

E. R. Zinatullin and T. Yu. Golubeva

*e.r.zinatullin@mail.ru

МОТИВАЦИЯ

- Существует возможность уменьшения ошибок путем использования негауссовых операций (вычитания/добавления фотонов [1,2])
- Возможно ли увеличить точность телепортации, оставаясь в рамках детерминированных процессов?
- Возможно ли использовать для повышения точности телепортации преобразование кубической фазы?
- Квантовые вычисления в непрерывных переменных – хотим уменьшить «неустранимые» ошибки

[1] T. Opatrny, G. Kurizki, and D.-G. Welsch, Phys. Rev. A 61, 032302 (2000).

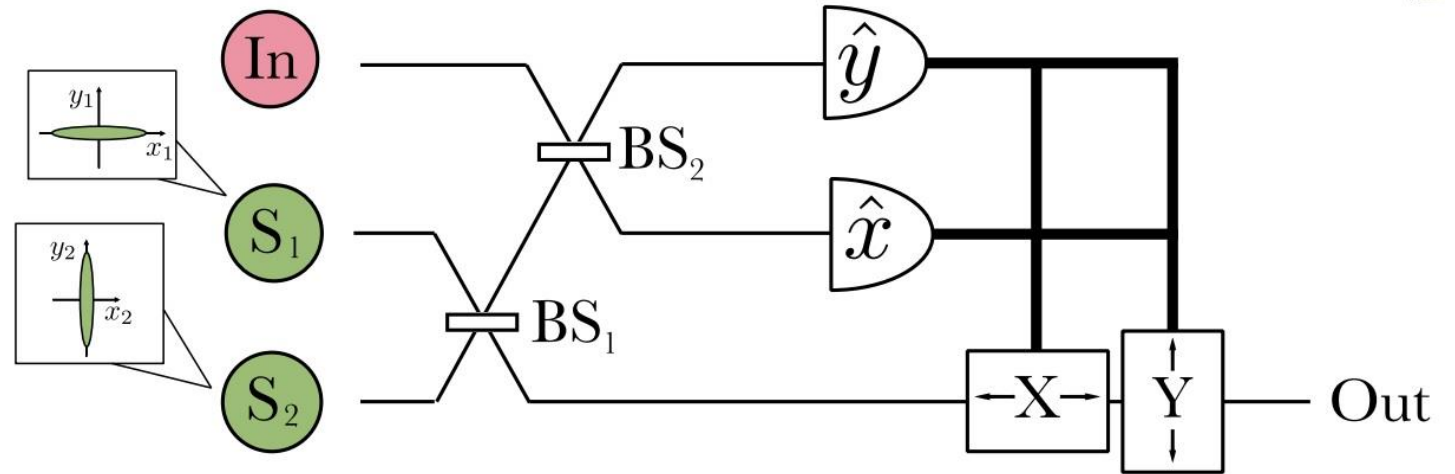
[2] P. T. Cochrane, T. C. Ralph, and G. J. Milburn, Phys. Rev. A 65, 062306 (2002).

ТРАДИЦИОННАЯ СХЕМА ТЕЛЕПОРТАЦИИ

Ресурсные состояния

$$\hat{x}_{s,1} = e^r \hat{x}_{0,1}, \quad \hat{y}_{s,1} = e^{-r} \hat{y}_{0,1},$$

$$\hat{x}_{s,2} = e^{-r} \hat{x}_{0,2}, \quad \hat{y}_{s,2} = e^r \hat{y}_{0,2},$$



На выходе схемы

$$\hat{x}_{out} = \hat{x}_{in} - \sqrt{2}\hat{x}_{s,2} = \hat{x}_{in} - \sqrt{2}e^{-r}\hat{x}_{0,2},$$

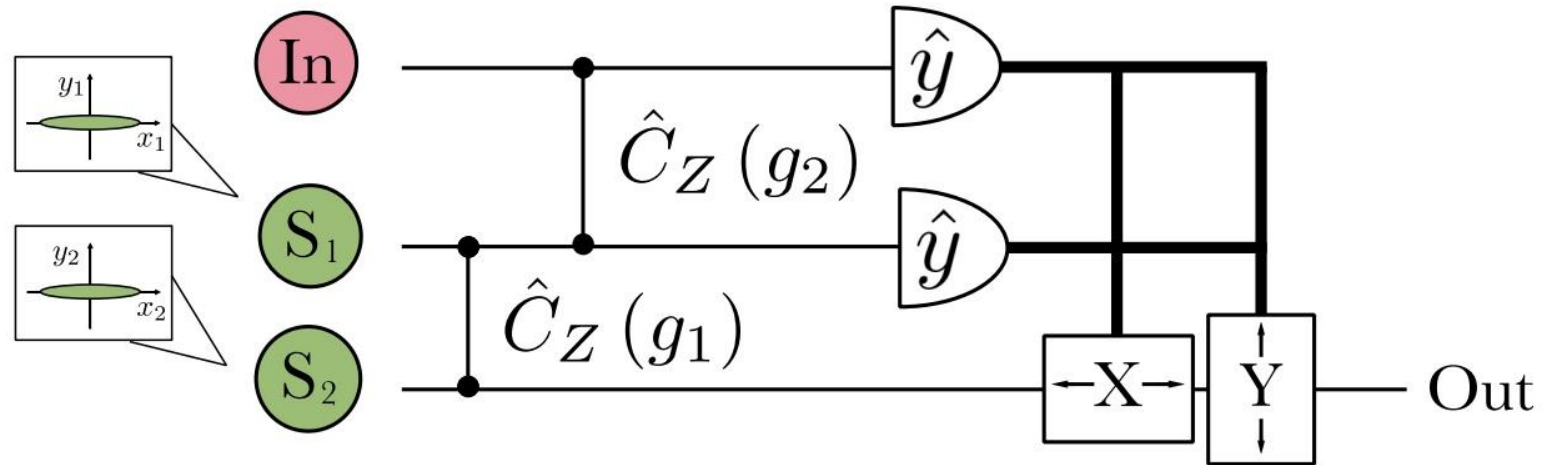
$$\hat{y}_{out} = \hat{y}_{in} + \sqrt{2}\hat{y}_{s,1} = \hat{y}_{in} + \sqrt{2}e^{-r}\hat{y}_{0,1},$$

СХЕМА ТЕЛЕПОРТАЦИИ С ПРЕОБРАЗОВАНИЯМИ СЗ

Ресурсные состояния

$$\hat{x}_{s,1} = e^r \hat{x}_{0,1}, \quad \hat{y}_{s,1} = e^{-r} \hat{y}_{0,1},$$

$$\hat{x}_{s,2} = e^r \hat{x}_{0,2}, \quad \hat{y}_{s,2} = e^{-r} \hat{y}_{0,2}.$$



На выходе схемы

$$\hat{x}_{out} = \hat{x}_{in} - \frac{1}{g_1} e^{-r} \hat{y}_{0,1},$$

$$\hat{y}_{out} = \hat{y}_{in} + e^{-r} \hat{y}_{0,2}.$$

ТЕЛЕПОРТАЦИИ С КУБИЧЕСКИМ ФАЗОВЫМ ЗАТВОРОМ В КАРТИНЕ ГЕЙЗЕНБЕРГА

На входе схемы:

$$\hat{x}_{s,1} = e^r \hat{x}_{0,1}, \quad \hat{y}_{s,1} = e^{-r} \hat{y}_{0,1},$$

$$\hat{x}_{s,2} = e^{-r} \hat{x}_{0,2}, \quad \hat{y}_{s,2} = e^r \hat{y}_{0,2},$$

Действие оператора сдвига

$$\hat{Y}_\alpha = e^{i\alpha \hat{x}}$$

Смещаем у-квадратуру второго осциллятора

$$\hat{a}'_2 = \hat{x}_{s,2} + i(\alpha + \hat{y}_{s,2}).$$

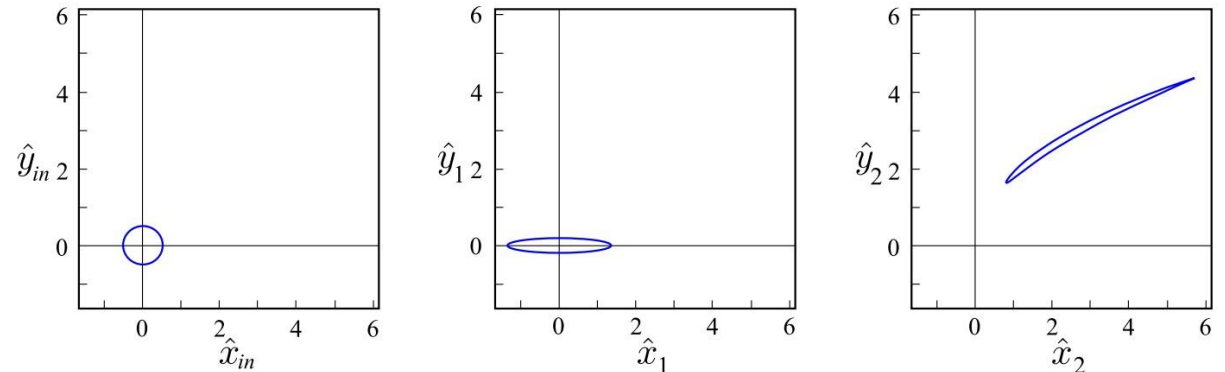
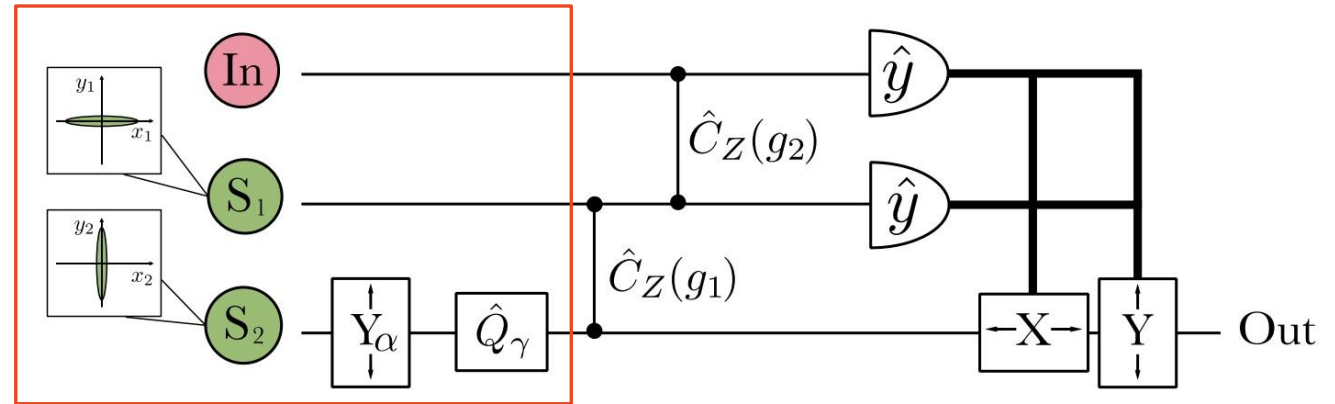
Действие кубического фазового затвора

$$\hat{Q}_{\gamma,j} = e^{-i\gamma \hat{y}_j^3}$$

$$\hat{a}_j = \hat{x}_j + i\hat{y}_j \rightarrow \hat{a}'_j = \hat{x}_j + 3\gamma \hat{y}_j^2 + i\hat{y}_j$$

Применяем к этому осциллятору операцию кубического фазового затвора

$$\hat{a}''_2 = \hat{x}_{s,2} + 3\gamma(\alpha + \hat{y}_{s,2})^2 + i(\alpha + \hat{y}_{s,2}).$$



Области неопределенности входного состояния и ресурсных состояний после кубического фазового затвора.

ТЕЛЕПОРТАЦИИ С КУБИЧЕСКИМ ФАЗОВЫМ ЗАТВОРОМ В КАРТИНЕ ГЕЙЗЕНБЕРГА

Действие преобразования CZ

$$\hat{C}_{z,jk} = e^{ig_{jk}\hat{x}_j\hat{x}_k}.$$

$$\hat{a}_j = \hat{x}_j + i\hat{y}_j \rightarrow \hat{a}'_j = \hat{x}_j + i(\hat{y}_j + \hat{x}_k)$$

$$\hat{a}_k = \hat{x}_k + i\hat{y}_k \rightarrow \hat{a}'_k = \hat{x}_k + i(\hat{y}_k + \hat{x}_j)$$

Амплитуды осцилляторов после первого преобразования CZ

$$\hat{a}'_1 = \hat{x}_{s,1} + i(\hat{y}_{s,1} + g_1(\hat{x}_{s,2} + 3\gamma(\alpha + \hat{y}_{s,2})^2)),$$

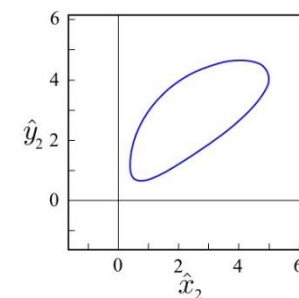
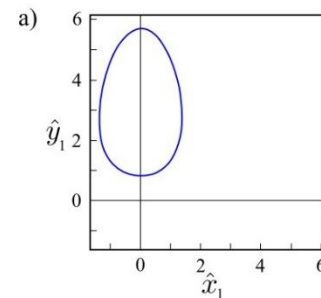
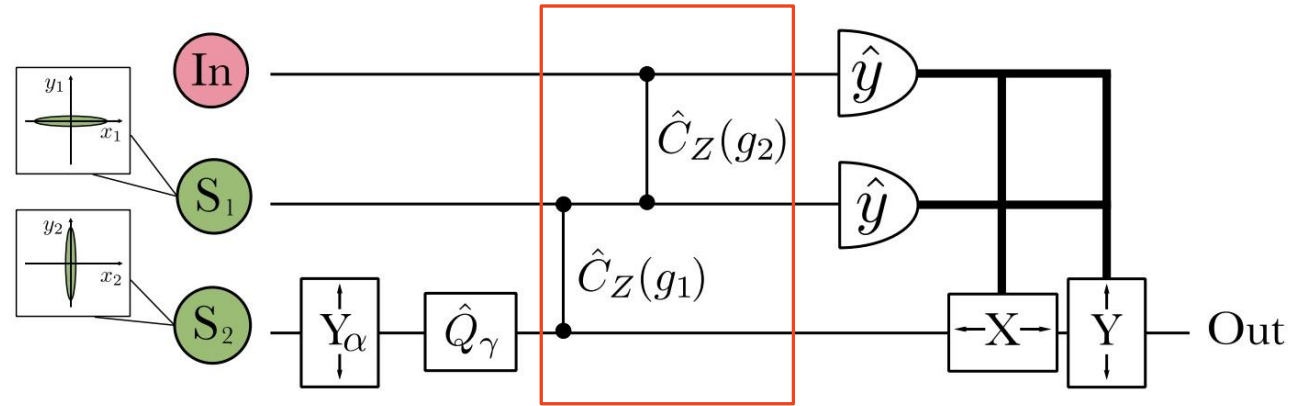
$$\hat{a}'_2 = \hat{x}_{s,2} + 3\gamma(\alpha + \hat{y}_{s,2})^2 + i(\alpha + \hat{y}_{s,2} + g_1\hat{x}_{s,1}).$$

Амплитуды осцилляторов после второго преобразования CZ

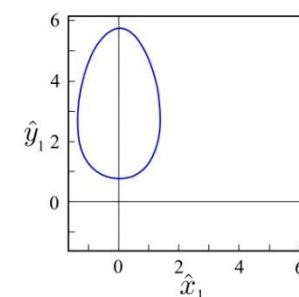
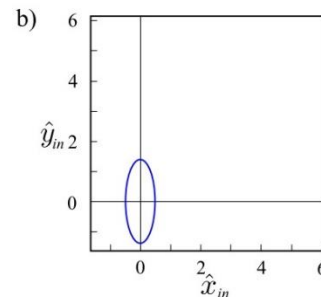
$$\hat{a}'_{in} = \hat{x}_{in} + i(\hat{y}_{in} + g_2\hat{x}_{s,1}),$$

$$\hat{a}''_1 = \hat{x}_{s,1} + i(\hat{y}_{s,1} + g_1(\hat{x}_{s,2} + 3\gamma(\alpha + \hat{y}_{s,2})^2) + g_2\hat{x}_{in}),$$

$$\hat{a}''_2 = \hat{x}_{s,2} + 3\gamma(\alpha + \hat{y}_{s,2})^2 + i(\alpha + \hat{y}_{s,2} + g_1\hat{x}_{s,1}).$$



а) Области неопределенности в первом и втором каналах осцилляторов после первого преобразования CZ;



б) Области неопределенности осцилляторов во входном и первом каналах после второго преобразования CZ.

ТЕЛЕПОРТАЦИИ С КУБИЧЕСКИМ ФАЗОВЫМ ЗАТВОРОМ В КАРТИНЕ ГЕЙЗЕНБЕРГА

$$\hat{a}'_{in} = \hat{x}_{in} + i(\hat{y}_{in} + g_2 \hat{x}_{s,1}),$$

$$\hat{a}''_1 = \hat{x}_{s,1} + i(\hat{y}_{s,1} + g_1(\hat{x}_{s,2} + 3\gamma(\alpha + \hat{y}_{s,2})^2) + g_2 \hat{x}_{in}),$$

$$\hat{a}'''_2 = \hat{x}_{s,2} + 3\gamma(\alpha + \hat{y}_{s,2})^2 + i(\alpha + \hat{y}_{s,2} + g_1 \hat{x}_{s,1}).$$

Операторы фототоков при гомодинном измерении

$$\hat{i}_{y,in} = \beta(\hat{y}_{in} + g_2 \hat{x}_{s,1}),$$

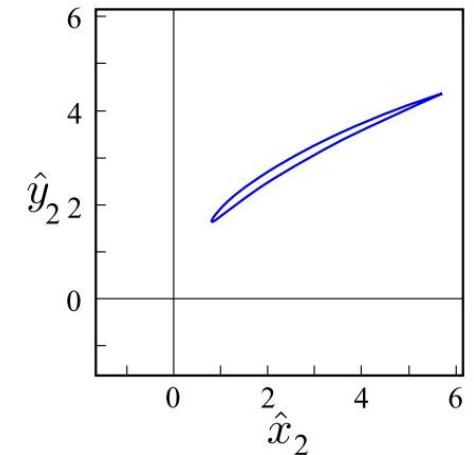
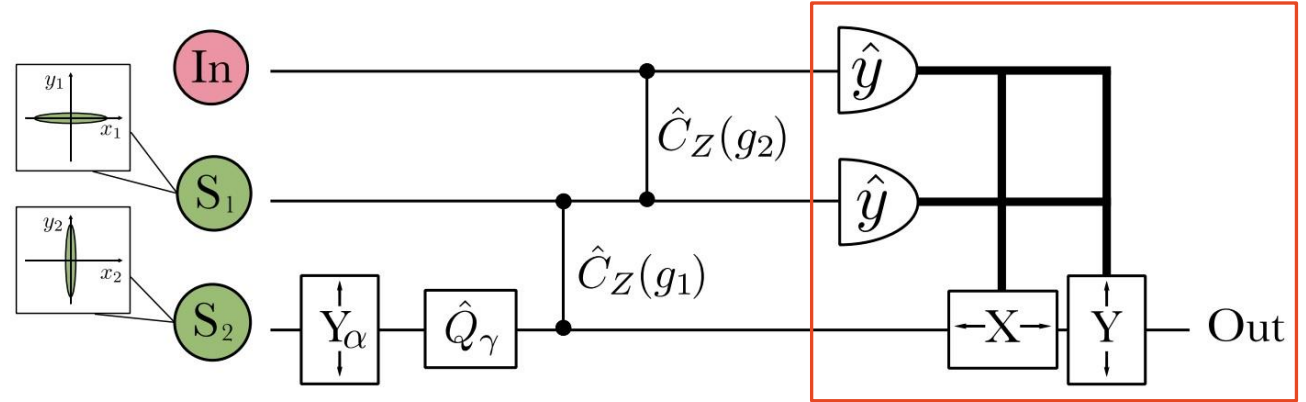
$$\hat{i}_{y,1} = \beta(\hat{y}_{s,1} + g_1(\hat{x}_{s,2} + 3\gamma(\alpha + \hat{y}_{s,2})^2) + g_2 \hat{x}_{in}),$$

Измеренные значения квадратур $y_{in,m} = i_{y,in}/\beta$ $y_{1,m} = i_{y,1}/\beta$

Значений квадратурных компонент поля во втором канале после измерения

$$\hat{x}'''_2 = -\frac{g_2}{g_1} \hat{x}_{in} - \frac{\hat{y}_{s,1}}{g_1} + \frac{y_{1,m}}{g_1},$$

$$\hat{y}'''_2 = -\frac{g_1}{g_2} \hat{y}_{in} + \frac{g_1 y_{in,m}}{g_2} + \frac{1}{\sqrt{3\gamma}} \sqrt{\frac{y_{1,m}}{g_1} - \frac{g_2}{g_1} \hat{x}_{in} - \frac{\hat{y}_{s,1}}{g_1} - \hat{x}_{s,2}}.$$



ТЕЛЕПОРТАЦИИ С КУБИЧЕСКИМ ФАЗОВЫМ ЗАТВОРОМ В КАРТИНЕ ГЕЙЗЕНБЕРГА

Будем считать, что

$$y_{1,m}^2 \gg g_2^2 \langle \hat{x}_{in}^2 \rangle + \langle \hat{y}_{s,1}^2 \rangle + g_1^2 \langle \hat{x}_{s,2}^2 \rangle.$$

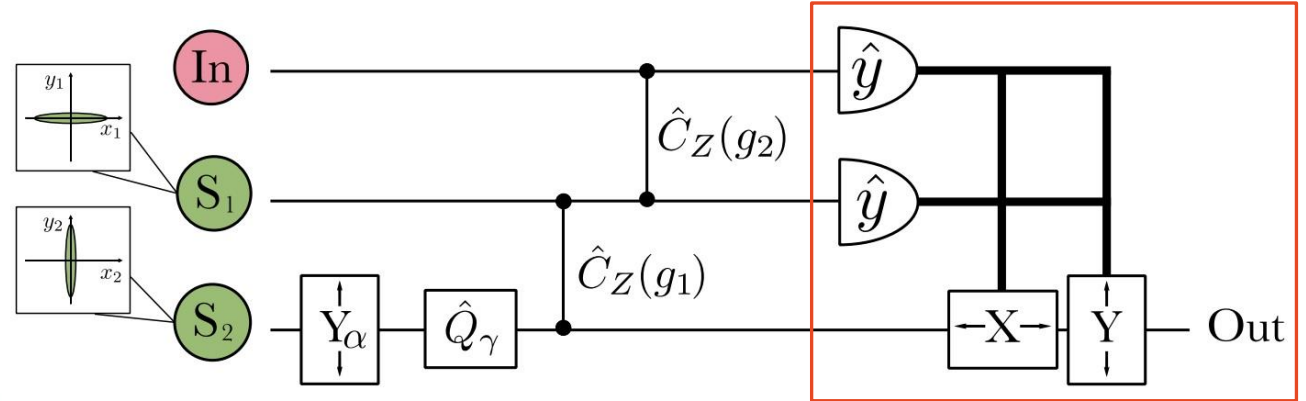
$$\hat{y}_2''' = -\frac{g_1}{g_2} \hat{y}_{in} + \frac{g_1 y_{in,m}}{g_2} + \frac{1}{\sqrt{3}\gamma} \left(\sqrt{\frac{y_{1,m}}{g_1}} - \frac{g_2 \hat{x}_{in}}{2\sqrt{g_1 y_{1,m}}} - \frac{\hat{y}_{s,1}}{2\sqrt{g_1 y_{1,m}}} - \frac{\sqrt{g_1} \hat{x}_{s,2}}{2\sqrt{y_{1,m}}} \right).$$

$$g_1 = -g_2 = g.$$

Состояния на выходе схемы

$$\hat{x}_{out} = \hat{x}_{in} - \frac{\hat{y}_{s,1}}{g},$$

$$\hat{y}_{out} = \hat{y}_{in} + \frac{1}{2\sqrt{3}\gamma y_{1,m}} \left(\sqrt{g} \hat{x}_{in} - \frac{\hat{y}_{s,1}}{\sqrt{g}} - \sqrt{g} \hat{x}_{s,2} \right).$$



ТЕЛЕПОРТАЦИИ С КУБИЧЕСКИМ ФАЗОВЫМ ЗАТВОРОМ В КАРТИНЕ ГЕЙЗЕНБЕРГА

Величины среднеквадратичных флуктуаций ошибок в квадратурах

$$\langle \delta \hat{e}_x^2 \rangle = \langle (\hat{x}_{out} - \hat{x}_{in})^2 \rangle,$$

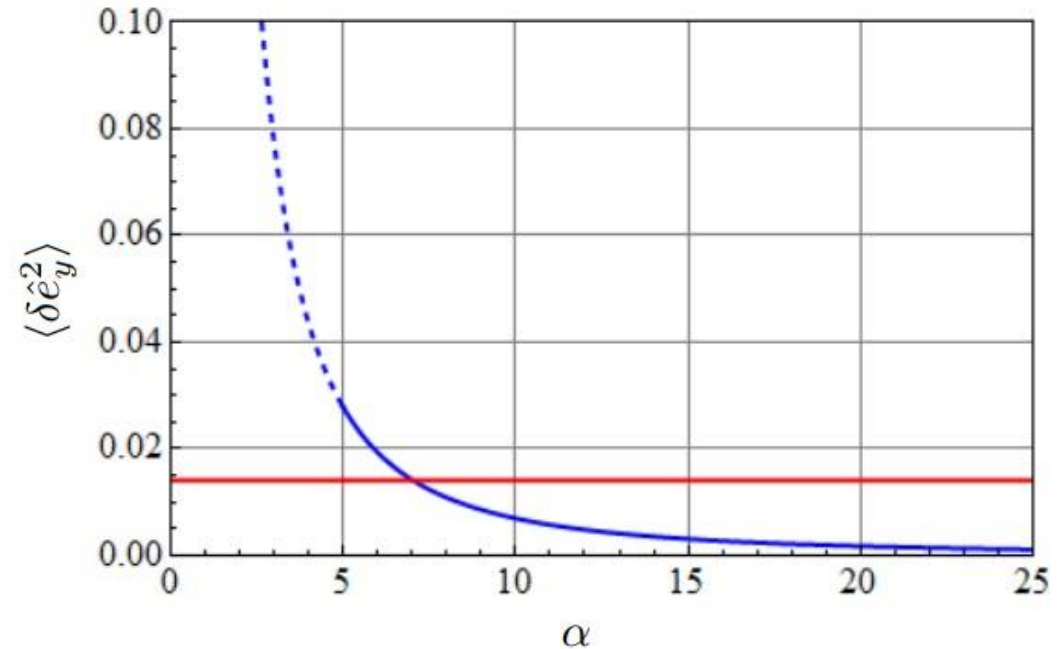
$$\langle \delta \hat{e}_y^2 \rangle = \langle (\hat{y}_{out} - \hat{y}_{in})^2 \rangle.$$

Для оценки ошибки мы положим измеренное значение квадратуры $y_{1,m}$ равным ее среднему значению

$$\langle \hat{y}_1 \rangle = \langle \hat{i}_{y,1} / \beta \rangle \approx 3g\gamma\alpha^2.$$

Ошибку в у-кватратуре можно оценить как

$$\langle \delta \hat{e}_y^2 \rangle \approx \frac{1}{36\gamma^2\alpha^2} \langle \hat{x}_{in}^2 \rangle. \quad \langle \delta \hat{e}_x^2 \rangle = \frac{1}{g^2} \langle \hat{y}_{s,1}^2 \rangle$$



Henning Vahlbruch, Moritz Mehmet, Karsten Danzmann and Roman Schnabel, PRL 117, 110801 (2016)

ОПИСАНИЕ ПРОЦЕДУРЫ ТЕЛЕПОРТАЦИИ НА ЯЗЫКЕ ВОЛНОВЫХ ФУНКЦИЙ

Состояния на входе схемы:

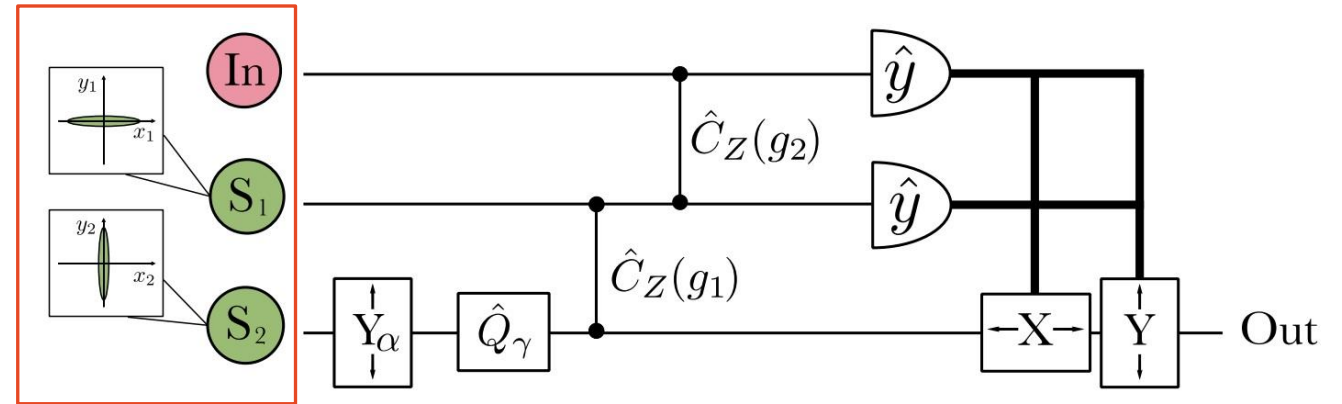
$$|\psi_{in}\rangle = \int dx_{in} \psi_{in}(x_{in})|x_{in}\rangle,$$

$$|\psi_1\rangle = \int dx_1 \psi_s(x_1; -r)|x_1\rangle,$$

$$|\psi_2\rangle = \int dx_2 \psi_s(x_2; r)|x_2\rangle.$$

Волновая функция сжатого состояния

$$\psi_s(x; r) = \sqrt[4]{\frac{e^{2r}}{\pi}} \exp\left(-\frac{e^{2r} x^2}{2}\right).$$



Собственные состояния x и y -кватратур связаны друг с другом:

$$|x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int dy e^{-ixy} |y\rangle, \quad |y\rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int dx e^{ixy} |x\rangle.$$

ОПИСАНИЕ ПРОЦЕДУРЫ ТЕЛЕПОРТАЦИИ НА ЯЗЫКЕ ВОЛНОВЫХ ФУНКЦИЙ

Смещаем y -квadrатуру второго осциллятора

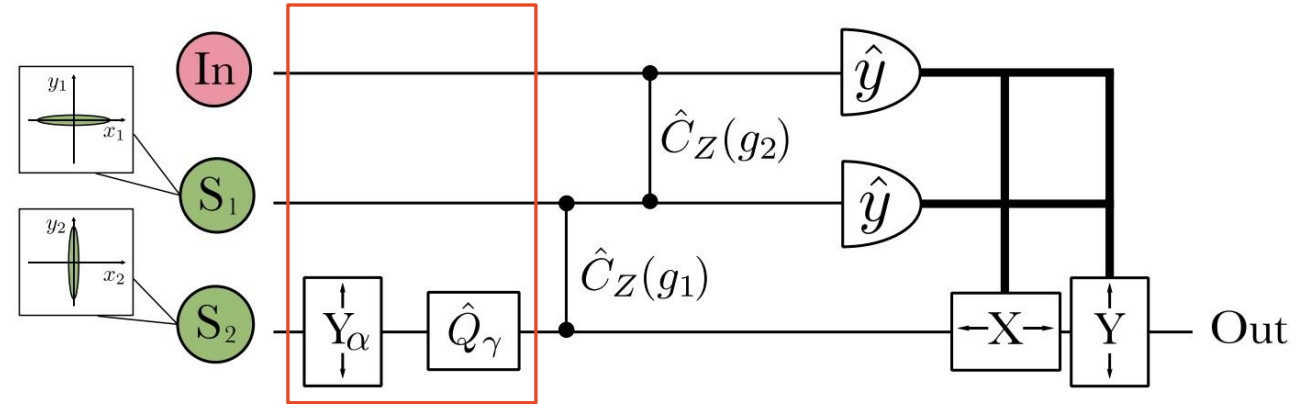
$$|\psi'_2\rangle = e^{i\alpha\hat{x}_2}|\psi_2\rangle = \int dy_2 \psi_s(y_2 - \alpha; -r)|y_2\rangle.$$

Применяем к этому осциллятору операцию кубического фазового затвора

$$|\psi''_2\rangle = e^{-i\gamma\hat{y}_2^3}|\psi'_2\rangle = \int dy_2 e^{-i\gamma y_2^3} \psi_s(y_2 - \alpha; -r)|y_2\rangle.$$

Перейдем к разложению по собственным состояниям оператора x -квadrатуры

$$|\psi''_2\rangle = \int dx \psi''_2(x)|x\rangle, \quad \psi''_2(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int dy_2 e^{i\gamma y_2^3} e^{ixy_2} \psi_s(y_2 - \alpha; -r).$$



ОПИСАНИЕ ПРОЦЕДУРЫ ТЕЛЕПОРТАЦИИ НА ЯЗЫКЕ ВОЛНОВЫХ ФУНКЦИЙ

Действие преобразования CZ

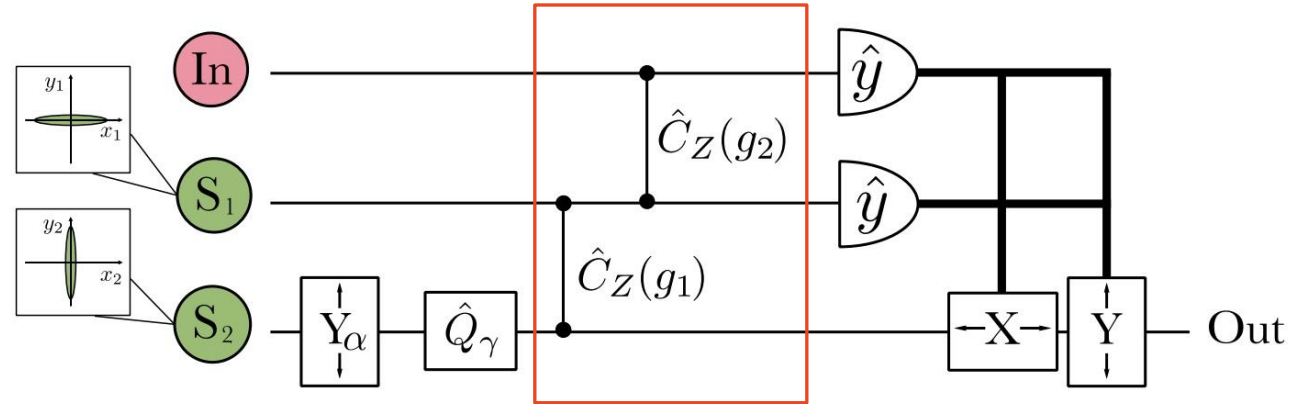
$$\hat{C}_{z,jk} = e^{ig_{jk}\hat{x}_j\hat{x}_k}.$$

После первого преобразования CZ

$$|\psi'_1, \psi''_2\rangle = e^{ig\hat{x}_1\hat{x}}|\psi_1\rangle \otimes |\psi''_2\rangle = \iint dx_1 dx e^{igx_1x} \psi_s(x_1; -r) \psi''_2(x) |x_1\rangle \otimes |x\rangle,$$

После второго преобразования CZ

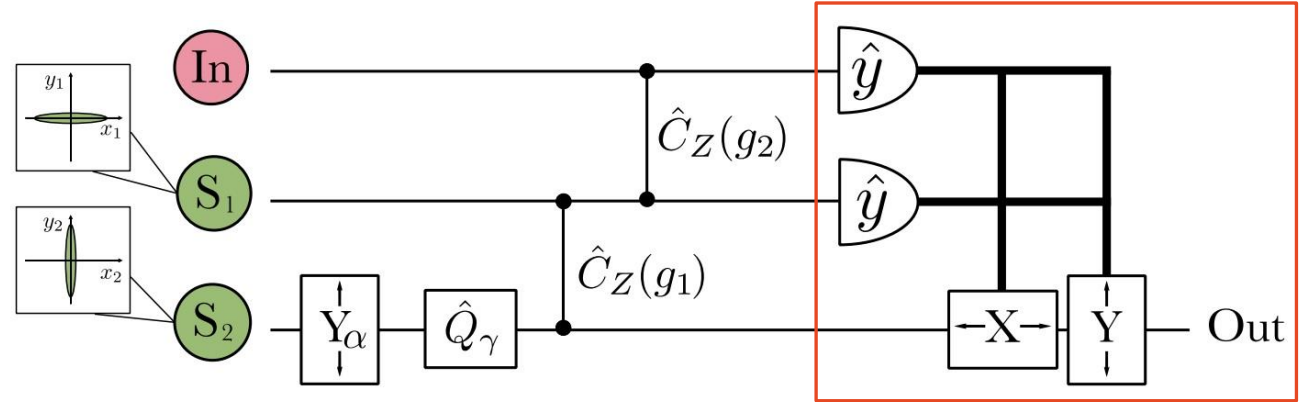
$$\begin{aligned} |\psi'_{in}, \psi''_1, \psi'''_2\rangle &= e^{-ig\hat{x}_{in}\hat{x}_1} |in\rangle \otimes |\psi'_1, \psi''_2\rangle = \\ &= \iiint dx_{in} dx_1 dx e^{igx_1(x-x_{in})} \psi_s(x_1; -r) \psi''_2(x) \psi_{in}(x_{in}) |x_{in}\rangle \otimes |x_1\rangle \otimes |x\rangle. \end{aligned}$$



ОПИСАНИЕ ПРОЦЕДУРЫ ТЕЛЕПОРТАЦИИ НА ЯЗЫКЕ ВОЛНОВЫХ ФУНКЦИЙ

Гомодинное измерение - операция проецирования на собственные состояния у-кватртур, отвечающие измеренным значениям фототоков

$$|y_{in,m}\rangle \otimes |y_{1,m}\rangle = \frac{1}{2\pi} \iint dx'_{in} dx'_1 e^{ix'_{in}y_{in,m}} e^{ix'_1y_{1,m}} |x'_{in}\rangle \otimes |x'_1\rangle.$$



Состояние второго осциллятора

$$|\psi_2'''\rangle = \langle y_{in,m} | \otimes \langle y_{1,m} | \psi'_{in}, \psi''_1, \psi'''_2 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi P(y_{1,m}, y_{in,m})}} \iint dx_{in} dx e^{-ix_{in}y_{in,m}} \psi_s(g(x - x_{in} - y_{1,m}/g); r) \psi''_2(x) \psi_{in}(x_{in}) |x\rangle.$$

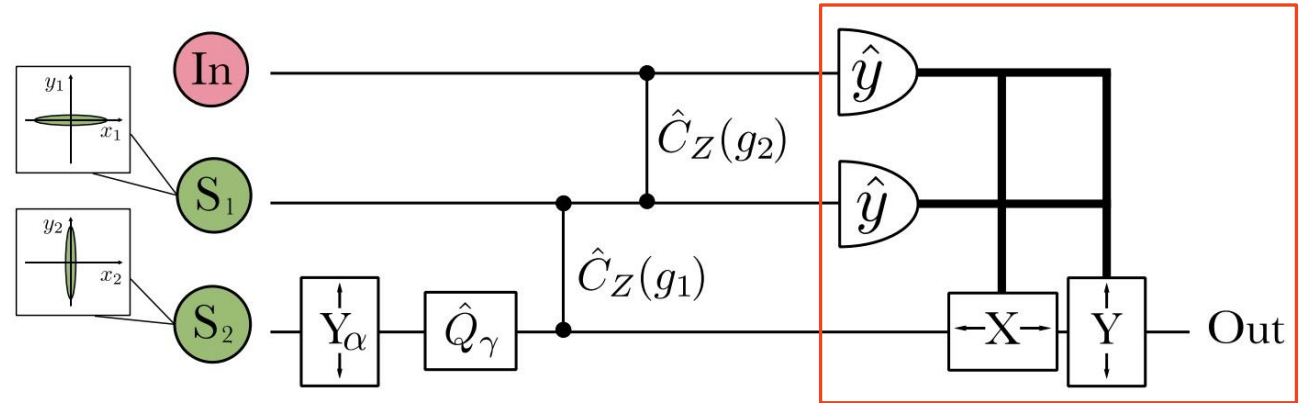
Плотность вероятности того, что при измерении будут получены значения $y_{1,m}$ и $y_{in,m}$

$$P(y_{1,m}, y_{in,m}) = \frac{1}{2\pi} \iiint dx_{in} dx'_{in} dx e^{i(x'_{in} - x_{in})y_{in,m}} \psi_s(g(x - x'_{in} - y_{1,m}/g); r) \times \psi_s(g(x - x_{in} - y_{1,m}/g); r) |\psi''_2(x)|^2 \psi_{in}^*(x'_{in}) \psi_{in}(x_{in}).$$

ОПИСАНИЕ ПРОЦЕДУРЫ ТЕЛЕПОРТАЦИИ НА ЯЗЫКЕ ВОЛНОВЫХ ФУНКЦИЙ

Сдвигаем квадратуры состояния и получаем, что на выходе схемы

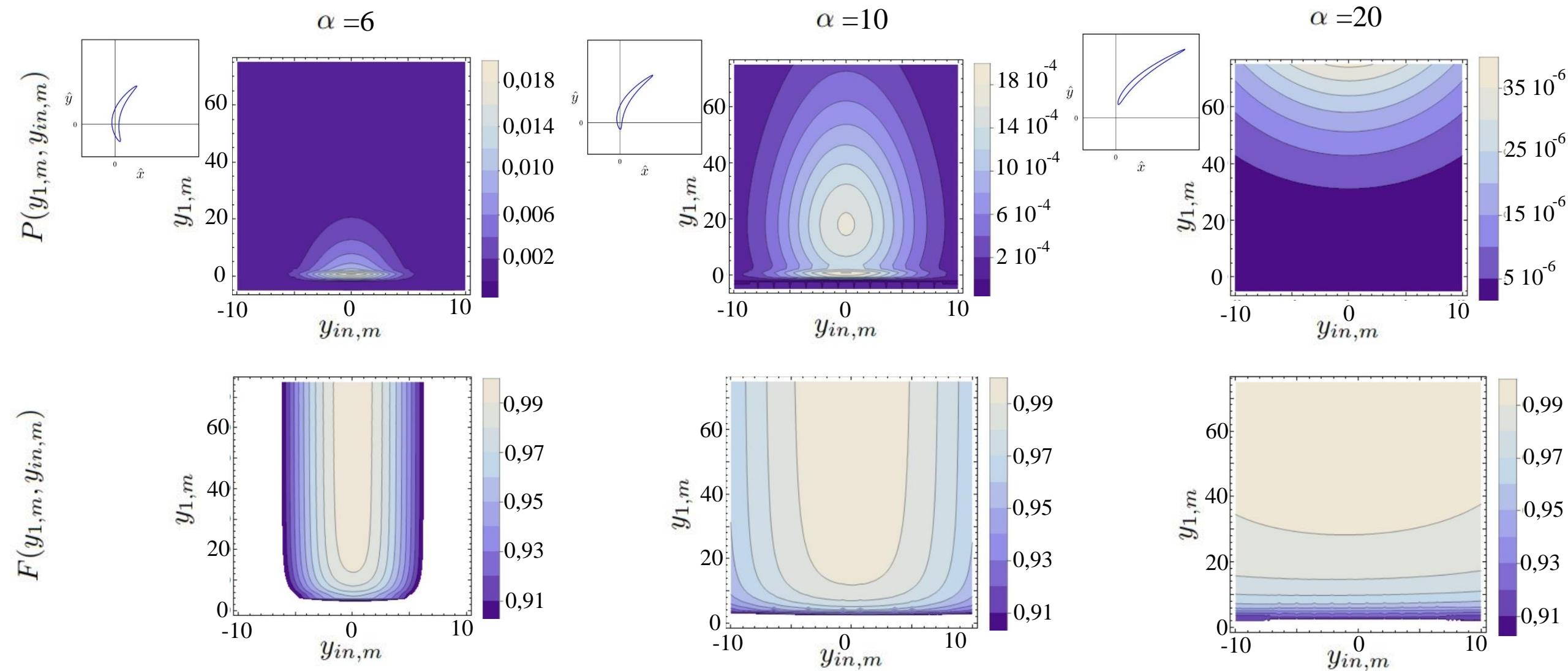
$$\begin{aligned}
 |\psi_{out}\rangle &= e^{-i\frac{y_{1,m}}{g}\hat{y}} e^{i(y_{in,m} - \sqrt{y_{1,m}/3\gamma g})\hat{x}} |\psi_2'''\rangle = \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2\pi P(y_{1,m}, y_{in,m})}} \iint dx_{in} dx e^{-ix_{in}y_{in,m}} \exp\left(i\left(y_{in,m} - \sqrt{\frac{y_{1,m}}{3\gamma g}}\right)\left(x + \frac{y_{1,m}}{g}\right)\right) \\
 &\quad \times \psi_s\left(g(x - x_{in}); r\right) \psi_2''\left(x + \frac{y_{1,m}}{g}\right) \psi_{in}(x_{in}) |x\rangle.
 \end{aligned}$$



Оценим верность телепортации $F = |\langle \psi_{out} | \psi_{in} \rangle|^2$.

Ошибки для обеих квадратур практически одинаковы при $g = 6\gamma\alpha e^{-r}$

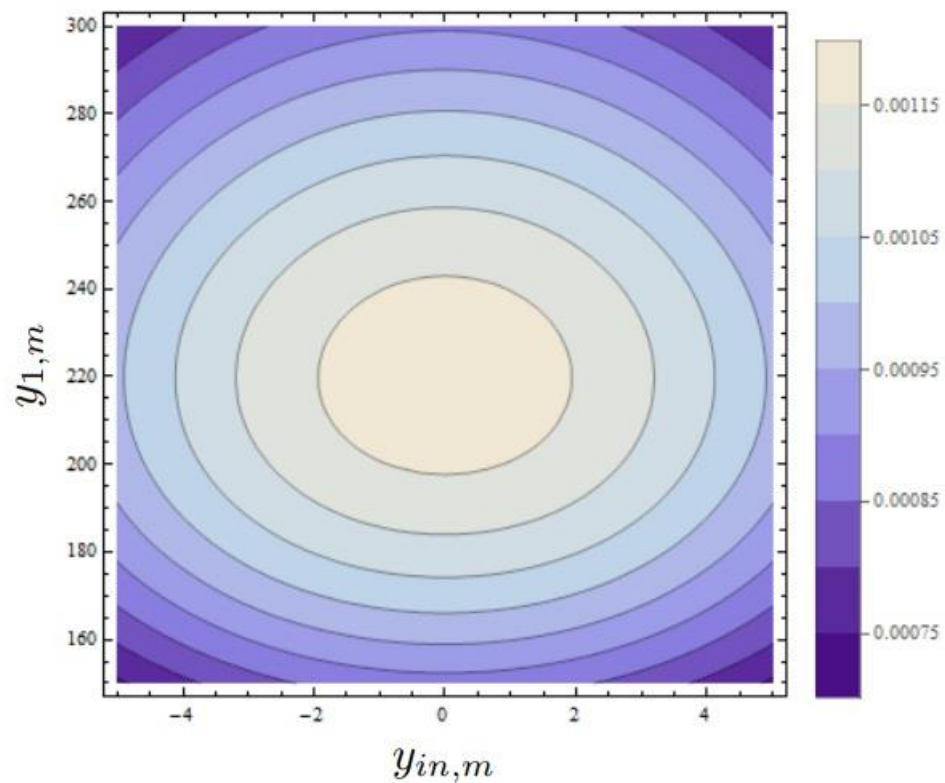
ОПИСАНИЕ ПРОЦЕДУРЫ ТЕЛЕПОРТАЦИИ НА ЯЗЫКЕ ВОЛНОВЫХ ФУНКЦИЙ



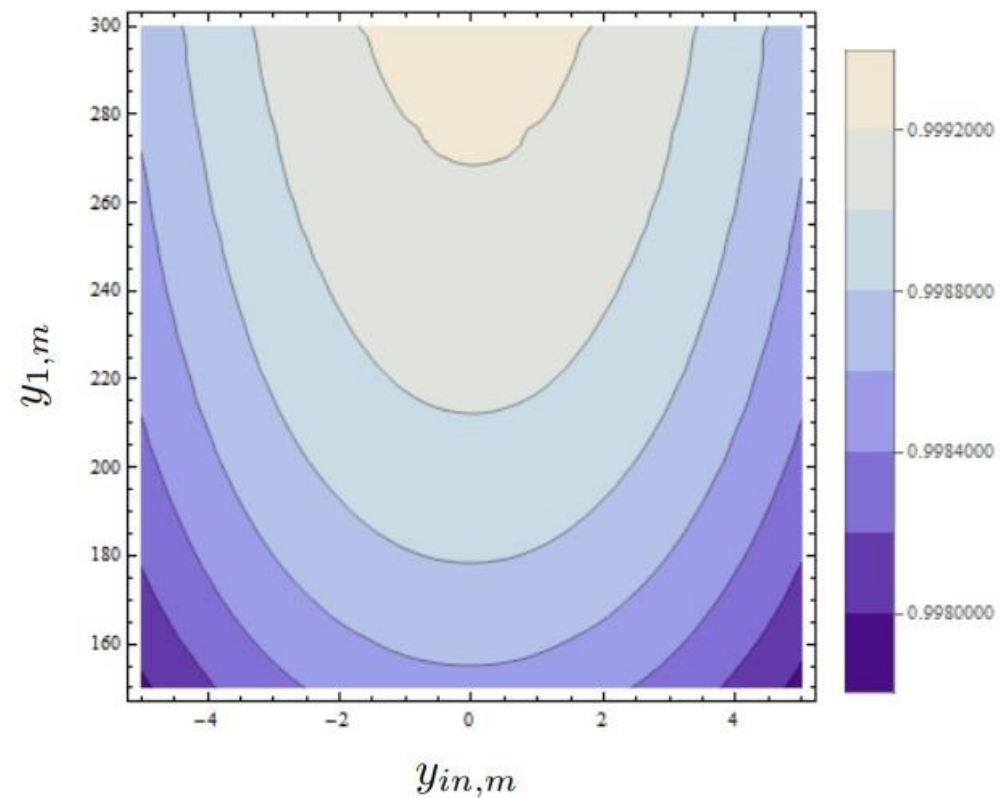
ОПИСАНИЕ ПРОЦЕДУРЫ ТЕЛЕПОРТАЦИИ НА ЯЗЫКЕ ВОЛНОВЫХ ФУНКЦИЙ

$\alpha = 20$

$P(y_{1,m}, y_{in,m})$



$F(y_{1,m}, y_{in,m})$



ЗАКЛЮЧЕНИЕ

- Мы можем независимо друг от друга уменьшать ошибку в одной из квадратур за счет весовых коэффициентов преобразования CZ, а в другой – благодаря негауссовому ресурсу.
- За счет селекции по результатам измерений можно увеличить точность телепортации если нет возможности подготовить необходимый ресурс для телепортации.
- Оценки полученные в гейзенберга подтверждаются точными расчетами с помощью волновых функций при $\alpha > 10$.

Спасибо за внимание!
