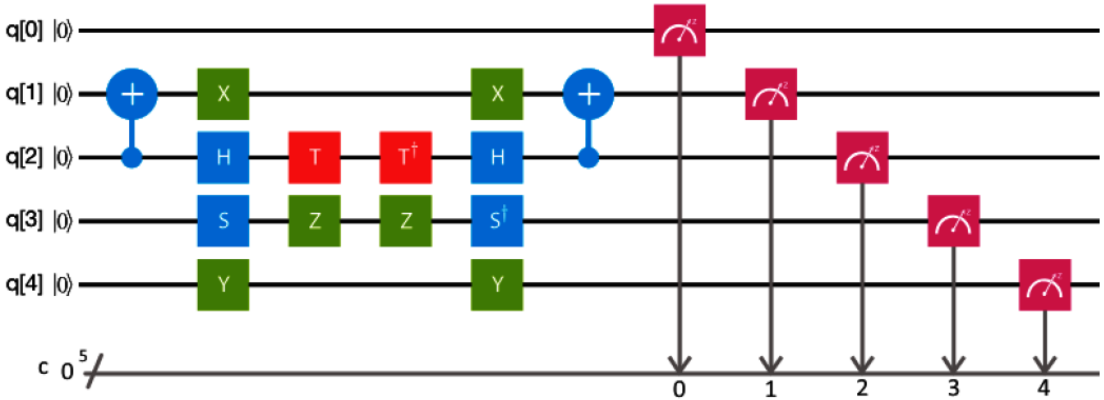
НОВЫЕ ПОДХОДЫ К ОПИСАНИЮ НЕМАРКОВСКИХ КВАНТОВЫХ ПРОЦЕССОВ

По материалам доклада
Сергея Филиппова
на QTS’21

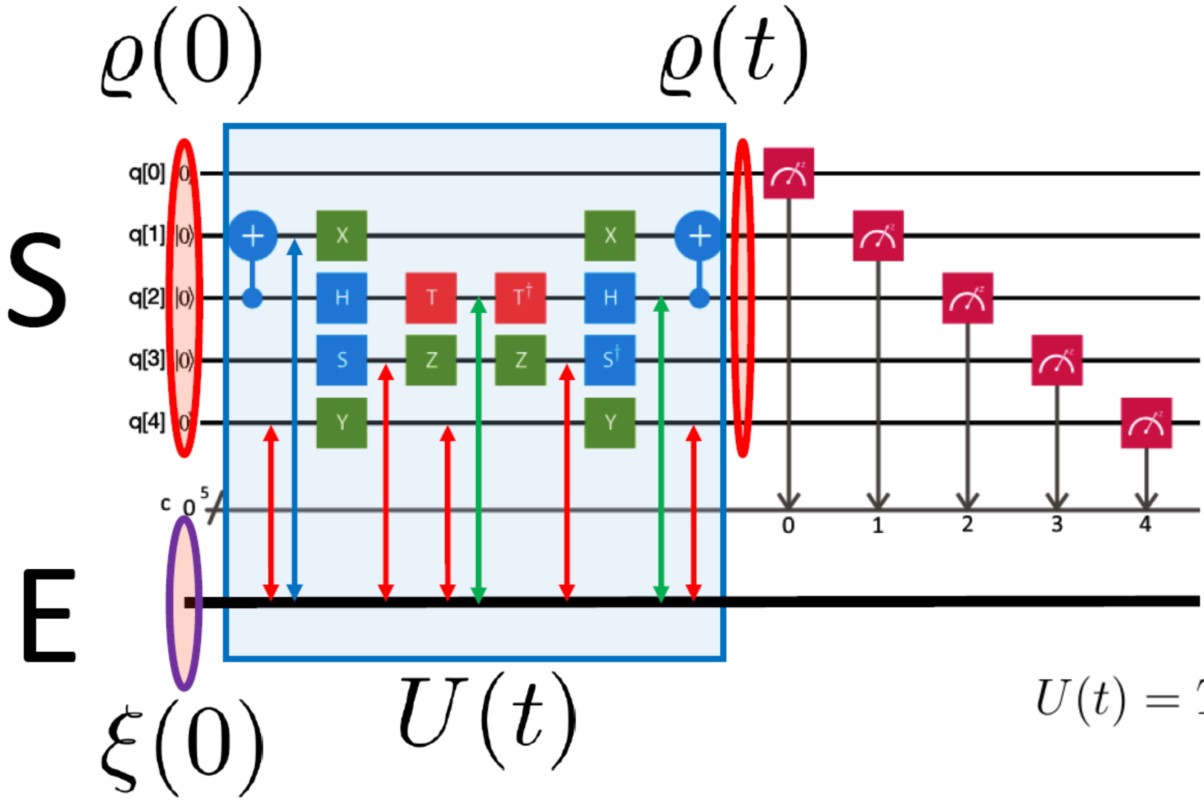
Александра Баева

03.12.21



$$|\psi(t)\rangle = U(t)|\psi(0)\rangle$$

$$U^{\dagger}(t) = U^{-1}(t)$$

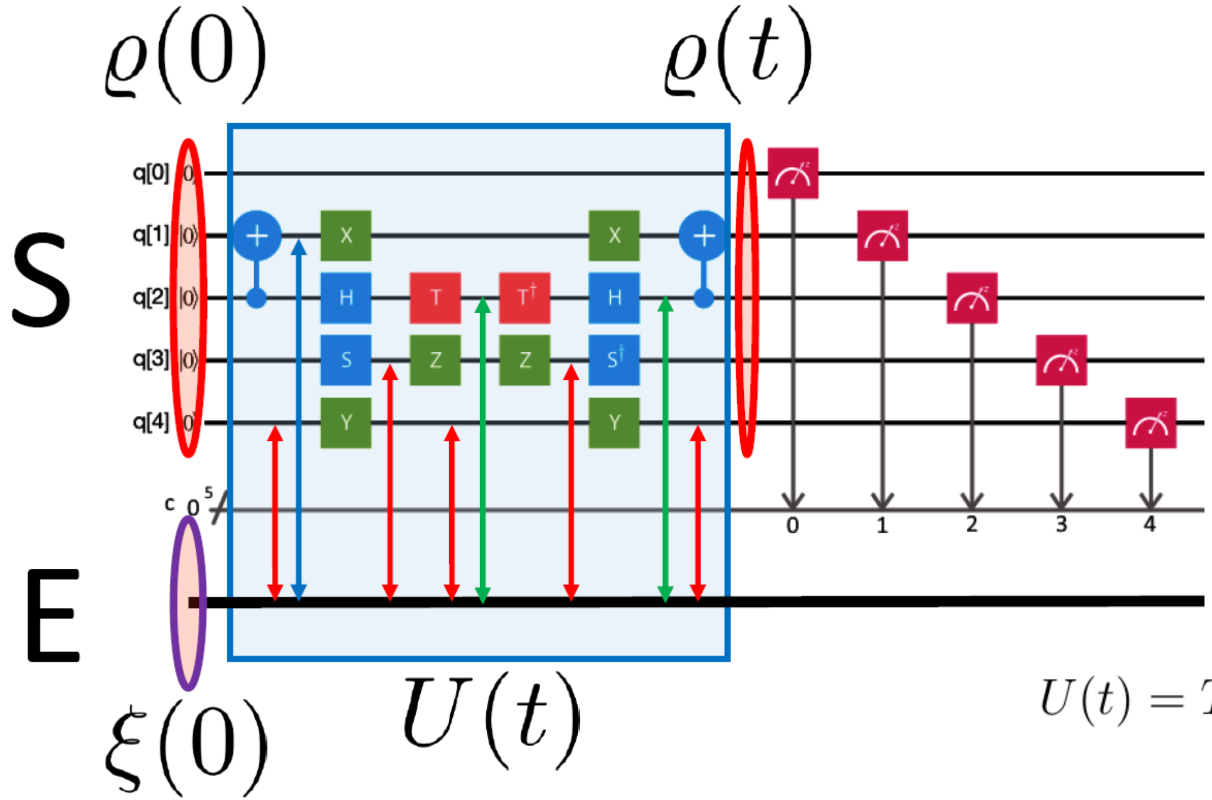


$$U(t) = T_{\leftarrow} \exp\left(-\frac{i}{\hbar}\int_0^t H_{SE}(t')dt'\right)$$

$$\rho(t) = \mathrm{Tr}_E\left[U(t)\rho(0) \otimes \xi(0) U^{\dagger}(t)\right]$$

$$H_{SE}(t) = H_S(t) \otimes I_E + I_S \otimes H_E + H_{int}$$

$$\rho(t) = \Phi(t)\left[\rho(0)\right]$$



$$U(t) = T_{\leftarrow} \exp(-\frac{i}{\hbar}\int_0^t H_{SE}(t')dt')$$

$$\rho(t) = \mathrm{Tr}_E \left[U(t)\rho(0) \otimes \xi(0) U^\dagger(t)\right]$$

$$H_{SE}(t) = H_S(t) \otimes I_E + I_S \otimes H_E + H_{int}$$

$$\rho(t) = \Phi(t)\left[\rho(0)\right]$$

$\Phi(t)$ – квантовое динамическое отображение

$$\Phi(t)[X] = \mathrm{Tr}_E\left[U(t)X\otimes\xi(0)U^\dagger(t)\right]$$

1. Линейность $\Phi(t)[\alpha X+\beta Y] = \alpha\Phi(t)[X]+\beta\Phi(t)[Y]$

2. Сохранение следа $\mathrm{Tr}[\Phi(t)[X]] = \mathrm{Tr}[X]$

3. Эрмитовость $(\Phi(t)[X])^\dagger = \Phi(t)[X^\dagger]$

4. Положительное отображение $\Phi(t)[X]\geq 0\ \forall\ X\geq 0$

5. Полностью положительное отображение $\Phi(t)\otimes Id_{anc}[X_{S+anc}]\geq 0\ \forall\ X_{S+anc}\geq 0$

$\rho_{S+anc.}(0)\to\rho_{S+anc}(t)$

Отображение Φ является полностью положительным тогда и только тогда, когда

$$\Omega_\Phi \equiv \Phi \otimes \mathrm{Id}\big[|\psi_+\rangle\langle\psi_+|\big] \geqslant 0$$

$$|\psi_+\rangle = \frac{1}{\sqrt{d}} \sum_{i=1}^{d} |i\rangle \otimes |i\rangle$$

d – размерность пространства.

Классические системы | Квантовые системы

$$p(x,t) \longleftrightarrow \varrho(t)$$

$$p(x_n,t_n;\ldots;x_0,t_0) \longleftrightarrow \varrho(t_n),\ \ldots,\ \varrho(t_0)?$$

Условие марковости:

$$p(x_n,t_n|x_{n-1},t_{n-1};\ldots;x_0,t_0)$$
$$= p(x_n,t_n|x_{n-1},t_{n-1})$$

$$???$$

"memory effects"

Уравнение Колмогорова-Чапмана:

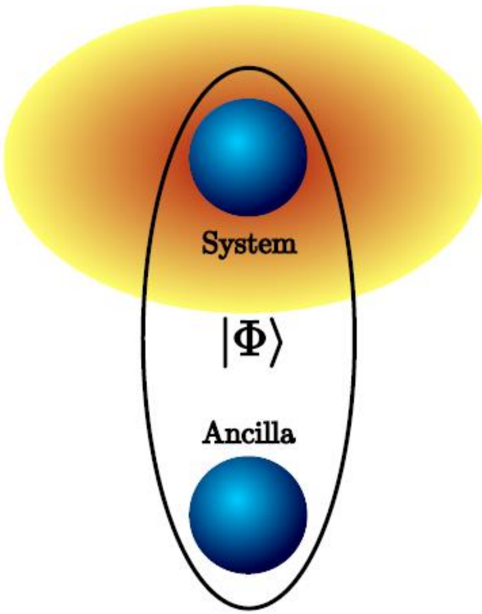
$$p(x_n,t_n|x_0,t_0)$$
$$= \sum_{x_k} p(x_n,t_n|x_k,t_k)p(x_k,t_k|x_0,t_0)$$

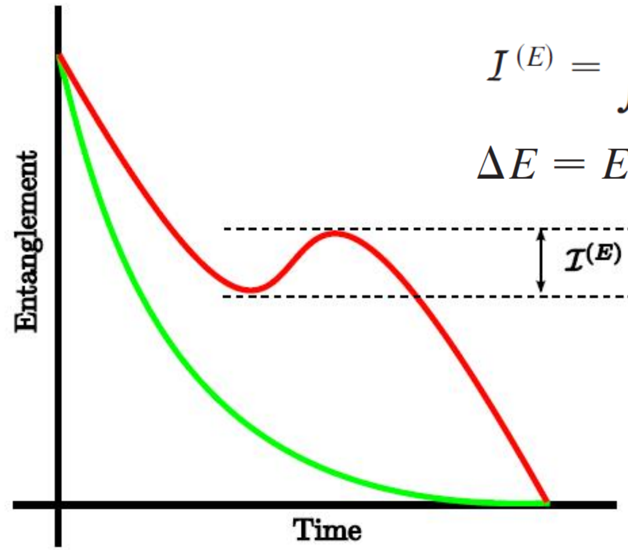
$$\Phi(t) = \Lambda(t,s)\circ\Phi(s)$$

CP for all $t \geqslant s \geqslant 0$

RHP критерий (вполне положительная делимость)

$\Phi(t)$ – квантовый немарковский процесс, если в некоторые моменты времени $t \geq s \geq 0$ не существует отображения $\Lambda(t,s)$ такого, что $\Phi(t) = \Lambda(t,s) \circ \Phi(s)$

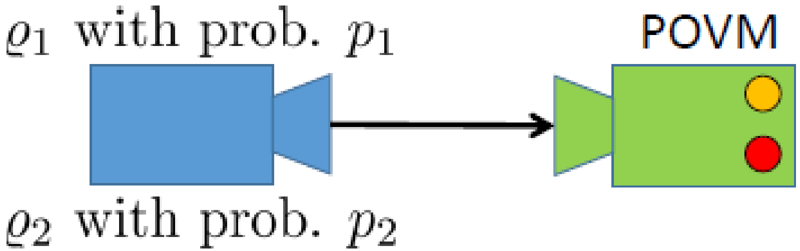




$$\mathcal{I}^{(E)} = \int_{t_0}^{t_{\max}} \left| \frac{dE[\rho_{SA}(t)]}{dt} \right| dt - \Delta E$$

$$\Delta E = E[\rho_{SA}(t_0)] - E[\rho_{SA}(t_{\max})]$$

- A. Rivas, S. F. Huelga, M. B. Plenio. Entanglement and non-Markovianityof quantum evolutions. Phys. Rev. Lett. 105, 050403 (2010).
- A. Rivas, S. F. Huelga, M. B. Plenio. Quantum non-Markovianity: characterization, quantifcationand detection. Rep. Prog. Phys. 77, 094001 (2014).

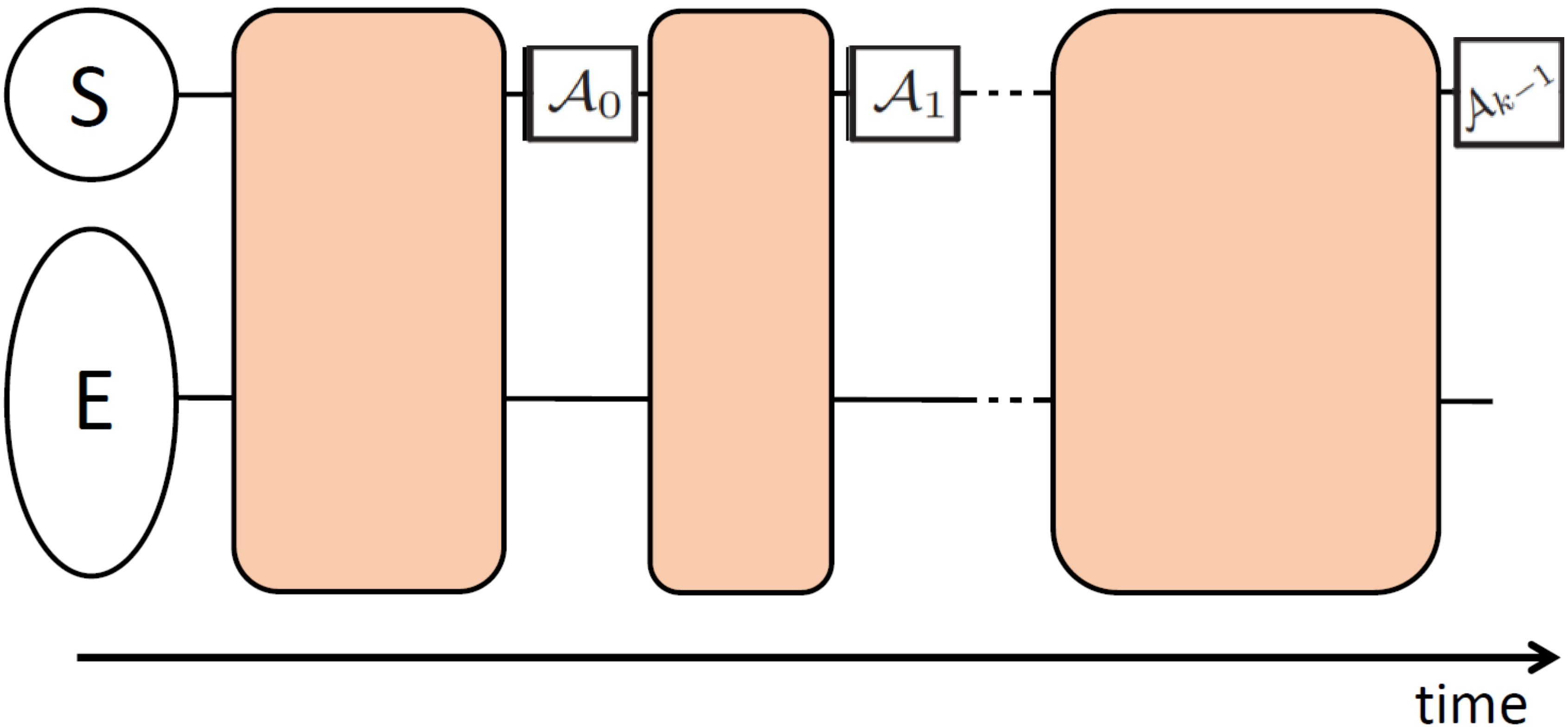


$$\max p_{\text{success}} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{2}\|p_1\varrho_1 - p_2\varrho_2\|_1\right)$$

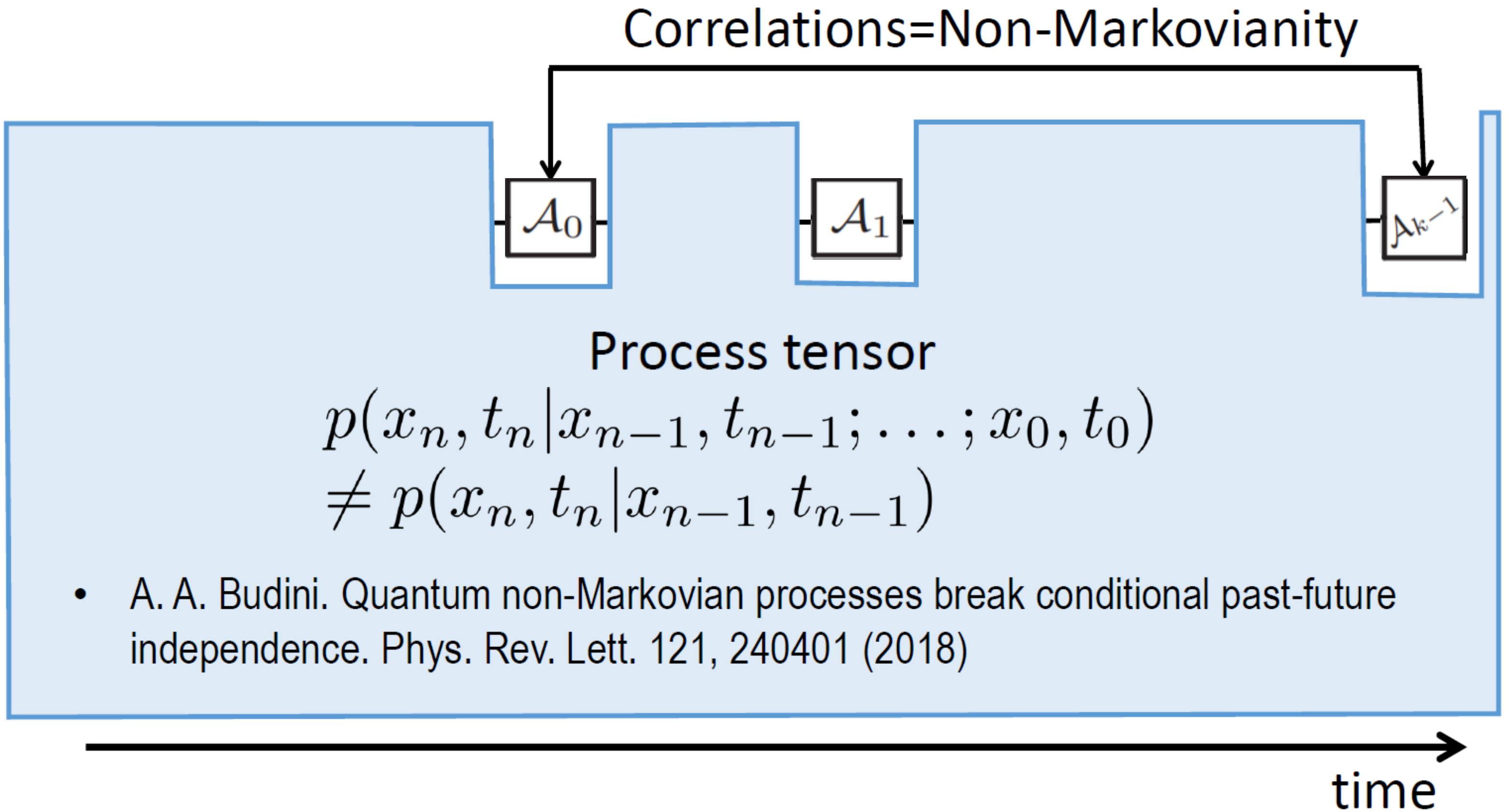
$\Phi(t)$ – квантовый немарковский процесс, если существуют такие $\rho_1(0), \rho_2(0)$ и распределение вероятностей (p_1, p_2), такое, что $\frac{1}{2}||p_1\rho_1(t) - p_2\rho_2(t)||$ является немонотонно убывающей функцией во времени.

• H.-P. Breuer, E.-M. Laine, J. Piilo, Measure for the degree of non-Markovian behavior of quantum processes in open systems, Phys. Rev. Lett.103, 210401 (2009)
• S. Wißmann, H.-P. Breuer, B. Vacchini. Generalized trace-distance measure connecting quantum and classical non-Markovianity. Phys. Rev. A 92, 042108 (2015)

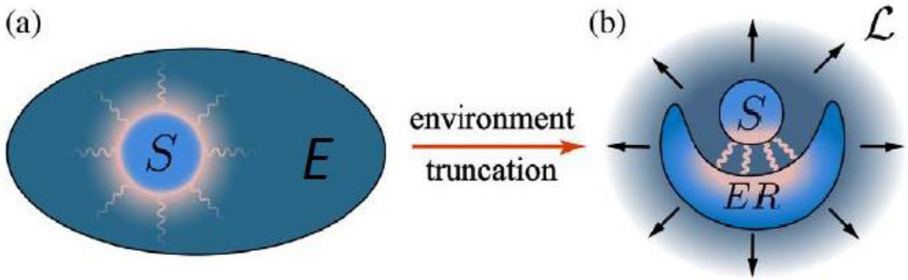
Тензор процесса



Тензор процесса



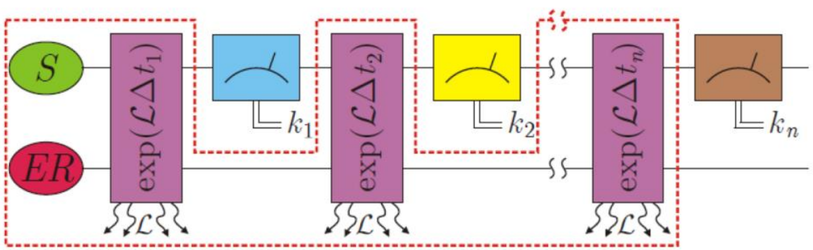
• G. Chiribella, G. M. D'Ariano, P. Perinotti.Theoretical framework for quantum networks. Phys. Rev. A80, 022339 (2009).
•F. A. Pollock, C. Rodríguez-Rosario, T. Frauenheim, M. Paternostro, K. Modi. Operational Markov condition for quantum processes. Phys. Rev. Lett. 120, 040405 (2018).



$$\varrho_S(t) = \mathrm{tr}_{ER}[\varrho_{S+ER}(t)]$$

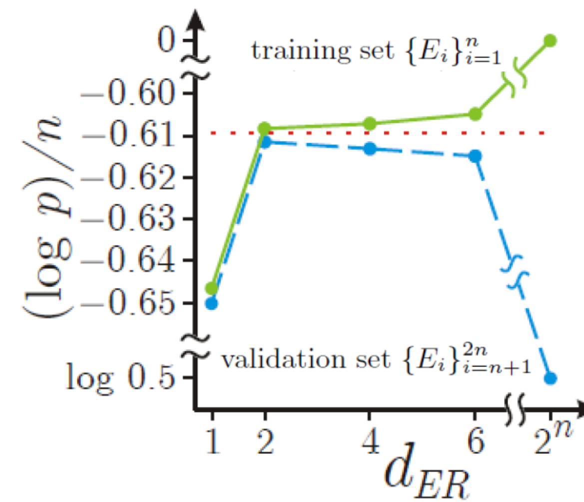
$$\frac{d\varrho_{S+ER}(t)}{dt} = \mathcal{L}_{S+ER}[\varrho_{S+ER}(t)]$$

$t_i = i\tau, \; i = 1, \ldots, n$ $\qquad$ $\Phi = \exp\left(\tau \mathcal{L}_{S+ER}\right)$



$E_i = |\varphi^{(i)}_{k_i}\rangle\langle\varphi^{(i)}_{k_i}| \otimes I_{ER}$ $\qquad$ Data set: $\{E_i\}_{i=1}^n$

$$p(\{E_i\}_{i=1}^n) = \mathrm{tr}\left[E_n \ldots \Phi\left[E_1 \Phi[\varrho_{S+ER}(0)]E_1\right] \ldots E_n\right]$$



•I. A. Luchnikov, S. V. Vintskevich, H. Ouerdane, S. N. Filippov. Simulation complexity of open quantum dynamics: Connection with tensor networks. Phys. Rev. Lett. 122, 160401 (2019)

Спасибо за внимание!