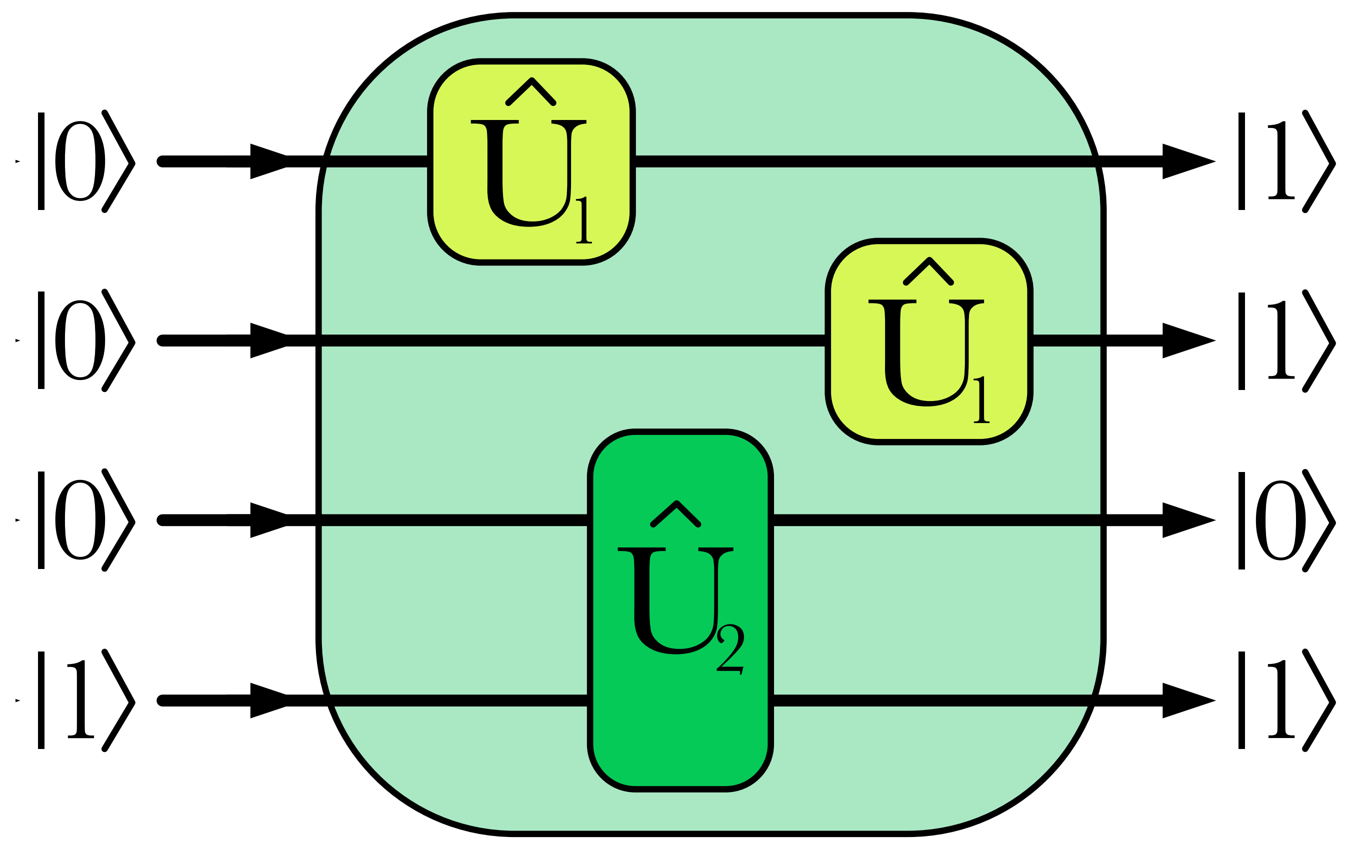
Ancilla-driven quantum computation for qudits and continuous variables

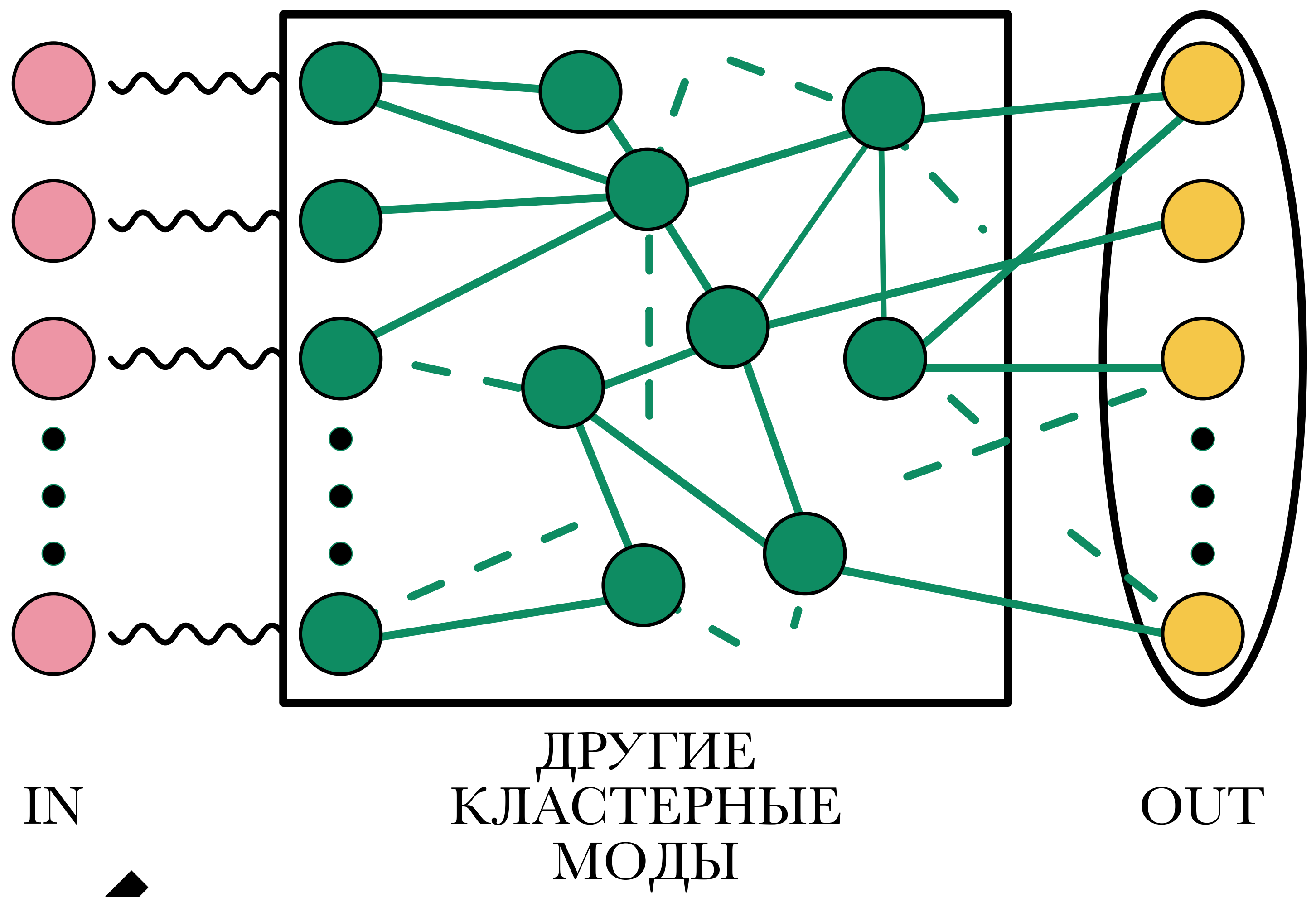
Модели квантовых вычислений

Модели реализации квантовых вычислений:

Схемная модель квантовых вычислений:



Схемная модель квантовых вычислений:



Ancilla-driven quantum computation

- Подготавливается вспомогательный кубит в определенном состоянии
- Вспомогательный кубит с помощью фиксированной операции примешивается к одному или максимум двум ресурсным кубитам
- Проводятся локальные измерения над вспомогательным кубитом

Обобщенные квантовые переменные

Кудит — квантовая система в Гильбертовом пространстве размерности $d \geq 2$

Пространство кудитов обозначается, как $\mathbf{Z}(d) = \{0,1,2,\ldots,d-1\}$

QCV — квантовая система с непрерывной степенью свободы из $\mathbf{R}$.

Для непрерывных переменных вводят константу размерности, как $d = 2\pi$

Обобщенные квантовые переменные определяются, как кольцо S_d

$$S_d = \begin{cases} \mathbf{Z}(d) & \text{для кудитов} \\ \mathbf{Z}(2\pi) = \mathbf{R} & \text{для непрерывных переменных} \end{cases}$$

Обобщенные квантовые переменные: Операторы Паули

Вычислительный базис для любого типа переменных задается, как множество

$$B = \{\, |q\rangle \in S_d\} \qquad \text{где} \qquad \langle q | q' \rangle = \delta(q - q')$$

Используя этот базис можно определить **преобразование Фурье** в виде:

$$F|q\rangle = \frac{1}{\sqrt{d}} \sum_{q' \in S_d} \omega^{qq'} |q'\rangle \qquad \text{где} \qquad \omega = \exp(2\pi i/d)$$

Сопряженный базис: $B_+ = \{\, |+_q\rangle \equiv F|q\rangle, |q\rangle \in S_d\},$ $\qquad \langle q | +_{q'} \rangle = \dfrac{\omega^{qq'}}{\sqrt{d}}$

Обобщенные операторы Паули определяется следующим образом:

$$Z(q')|q\rangle \equiv \omega^{qq'}|q\rangle \qquad X(q')|q\rangle \equiv |q + q'\rangle \qquad Z(q)X(q')|q\rangle = \omega^{qq'}X(q')Z(q)|q\rangle$$

Вычислительный и сопряженный базис — это собственные базисы $Z(\,\cdot\,)$ **и** $X(\,\cdot\,)$

Универсальность квантовых вычислений

Группа Паули (P) для n обобщенных физических систем определяется с помощью операторов:

$$p_{\xi,\vec{q}} := \omega^{\xi/2} X(q_1) Z(q_{n+1}) \otimes .... \otimes X(q_n) Z(q_{2n}),$$

Группа Клифорда определяется в теорминах группы Паули

$$\mathcal{C} := \{U \mid UpU^\dagger \in \mathcal{P} \ \ \forall p \in \mathcal{P}\},$$

Генераторы группы Клифорда: $\mathcal{C} = \langle \mathrm{CZ}, F, P(q), Z(q) \rangle$

$$P(p)|q\rangle := \omega^{\frac{pq}{2}(q+\varrho_d)}|q\rangle$$

$$|q\rangle|q'\rangle \xrightarrow{\mathrm{CZ}} \omega^{qq'}|q\rangle|q'\rangle$$

Для универсальности вычислений необходимо добавить оператор кубической фазы:

$$D_3(q')|q\rangle := \omega^{q^3 q'/c}|q\rangle$$

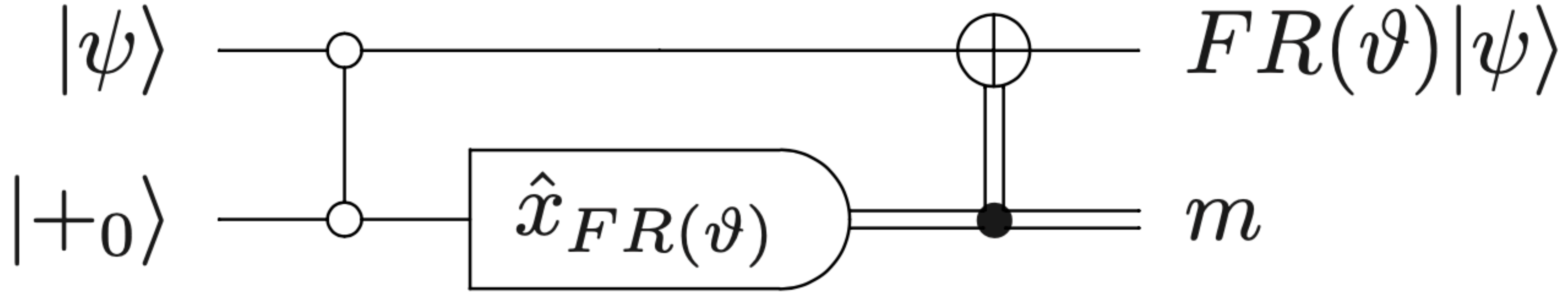
Если размерность кудита простая, то $c = d^3$,
для непрерывных переменных $c = 1$

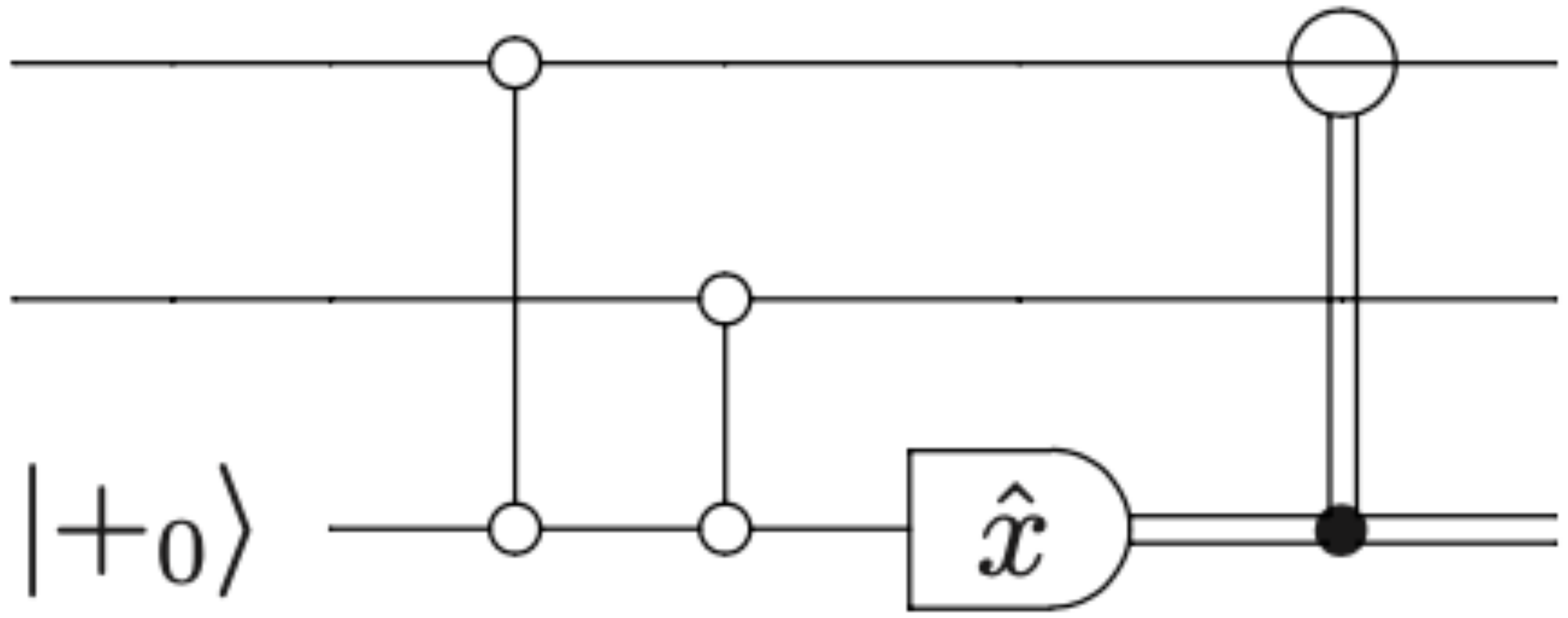
ADQC для обобщенных переменных

- Подготавливается вспомогательный кубит в определенном состоянии $|+_0\rangle$
- Вспомогательный кубит с помощью фиксированной операции примешивается к одному или максимум двум ресурсным кубитам

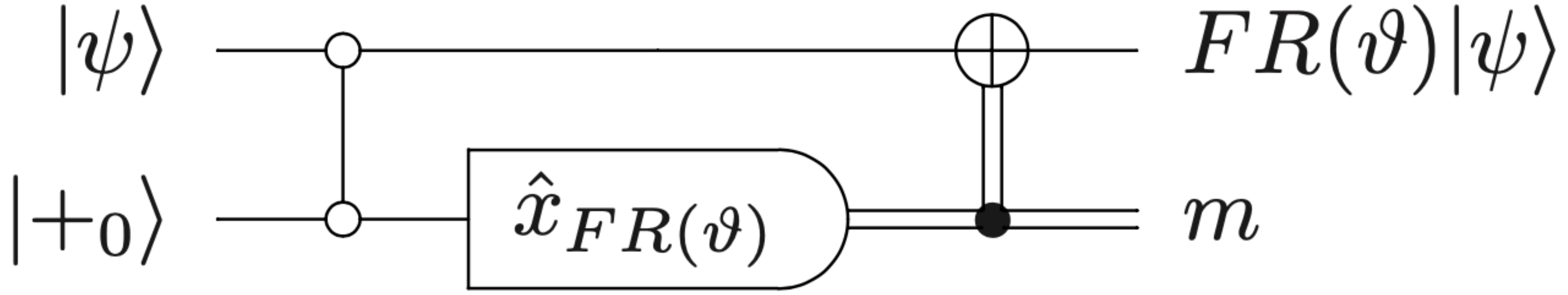
$$E_{ar} := F_r F_a^\dagger \mathrm{CZ}$$

- Проводятся локальные измерения над вспомогательным кубитом





Операции над одной обобщенной переменной



Процесс смешивания выглядит следующим образом:

$$|q\rangle_r |+_0\rangle_a \xrightarrow{E_{ar}} |+_q\rangle_r |q\rangle_a.$$

При измерении обобщенного оператора квадратуры $\hat{x}$ мы получаем:

$$\frac{\langle m|F_a R_a(\vartheta) E'_{ar}|+_0\rangle}{\|\langle m|F_a R_a(\vartheta) E'_{ar}|+_0\rangle\|} = X_r(-m) F_r R_r(\vartheta),$$

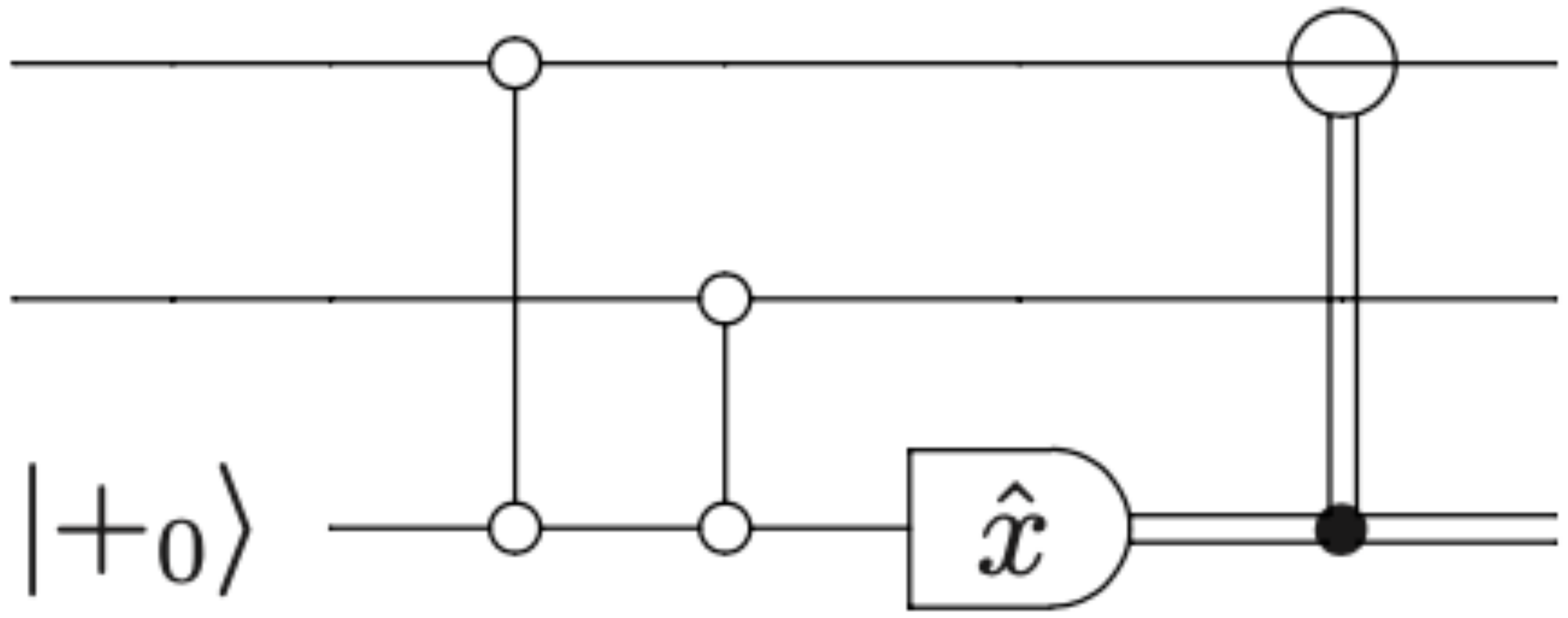
Для реализации локальных измерений используют обобщенные квадратуры:

$$\hat{x} := \sum_{q\in\mathbb{S}_d} q|q\rangle\langle q|,$$

$$\hat{p} := \sum_{q\in\mathbb{S}_d} q|+_q\rangle\langle +_q|,$$

$$\hat{x}_u := u^\dagger \hat{x} u$$

Перепутывающая операция



Данная схема перепутывает вспомогательную систему с ресурсными следующим образом:

$$|q\rangle_r |q'\rangle_s |+_0\rangle \xrightarrow{E_{as}E_{ar}} \omega^{qq'} |+_q\rangle_r |+_{q'}\rangle_s |+_{-q}\rangle,$$

При измерении обобщенного оператора квадратуры $\hat{x}$ мы получаем:

$$\frac{\langle m|_a E_{as} E_{ar} |+_0\rangle_a}{\| \langle m|_a E_{as} E_{ar} |+_0\rangle_a \|} = X_r(m) \tilde{E}_{rs},$$

где

$$\tilde{E}_{rs} = F_r F_s \mathrm{CZ}.$$